МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский национальный исследовательский
технологический университет»
(ФГБОУ ВО «КНИТУ»)

ФИЗИКА

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Методические указания
и практические рекомендации
к контрольным работам

Казань 2016

УДК 53(075.8)

Составители: ст. преп. А.И.Чуйкова
доц. Е.В.Бурдова
асс. Т.Ю.Старостина
асс. Н.А. Кузина
проф. В.С.Минкин

Физика. ***Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. Электростатика. Постоянный ток.*** Метод. указания, доп. и испр. / Казан. нац. исслед. технол. ун-т; Сост.: Чуйкова А.И. и др. Казань, 2016. 120с.

Содержат краткий теоретический курс по данным разделам физики, примеры решения задач, контрольные задания.

Предназначены для самостоятельной работы студентов заочного обучения механических и технологических специальностей.

Подготовлены на кафедре физики.

Печатаются по разрешению методической комиссии по очно-заочной и интегрированной формам обучения.

Рецензенты: доц. *Р.А.Шарафутдинов*
доц. *В.Р.Ризаев*

Предисловие

В данном пособии изложен краткий курс лекций по разделам «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество». После каждого раздела приведены примеры решения задач. В конце методических указаний даны варианты контрольных работ. Номер варианта контрольной работы соответствует последней цифре зачетной книжки или студенческого билета.

Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради, чернилами. На обложке должны быть указаны:

– КНИТУ;
– факультет;
– курс;
– номер группы;
– фамилия, имя, отчество студента;
– дисциплина;
– номер контрольной работы;
– вариант.

Условие задачи должно быть написано без сокращений, полностью, заданные величины записываются отдельно. Решение оформляется по стандартным правилам. На полях оставить место для замечаний преподавателя. При решении задачи должны быть приведены основные формулы, сделан чертеж (если нужно), сделаны необходимые пояснения. Единицы измерения приводятся в системе СИ. Контрольная работа должна быть зарегистрирована в деканате.

Если контрольная работа не была зачтена, студент обязан представить ее повторно, вместе с неверно решенными задачами.

Контрольные работы, оформленные не по правилам или не соответствующие своему варианту, зачтены не будут.

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Механика изучает самый простой вид движения – механическое движение. **Механическое движение** – изменение с течением времени положения тела относительно других тел. Для изучения механического движения надо ввести **систему отсчета**: неподвижное тело отсчета и связанная с ним система координат.

В механике в зависимости от условий конкретных задач, применяются различные физические модели. Простейшей моделью является **материальная точка** – тело, обладающее массой, размерами которого можно пренебречь.

Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно разбить на малые, взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения произвольной системы тел сводит к изучению системы материальных точек.

Тело, деформацией которого при взаимодействии с другими телами можно пренебречь, можно рассматривать как **абсолютно твердое тело**.

Сплошная среда – среда с непрерывно распределенным веществом.

Механика состоит из двух основных разделов: кинематики и динамики.

Кинематика – изучает движение тел, не рассматривая причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Динамика – изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Любое движение твердого тела можно представить как совокупность двух простых движений: поступательного и вращательного движений. **Поступательное движение** – это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению. При таком движении можно ограничиться рассмотрением одной точки тела, центра масс тела.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на прямой, называемой **осью вращения**.

В кинематике движение материальной точки описывается с помощью кинематических уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \qquad \text{или} \qquad \bar{r} = \bar{r}(t)$$

здесь, x, y,z – координаты точки, $\bar{r}$ – радиус-вектор (см. рис.1)

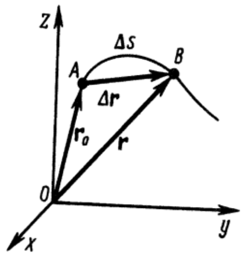


рис.1

Линия, описываемая материальной точкой в пространстве, называется **траекторией движения**. Траектория может представлять прямую линию (прямолинейное движение).

Кинематические величины:

1. **Перемещение** – вектор, соединяющий начальное и последующее положение материальной точки. На рис.1 $\Delta\bar{r}$ – перемещение из положения 1 в положение 2, совпадает с изменением радиус-вектора.
2. **Путь** – длина траектории.

3. **Скорость** – векторная величина, определяющая быстроту перемещения тела во времени.

В физике различают мгновенную и среднюю скорости.

Мгновенная скорость – векторная величина**,** равна $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'$ и определяется первой производной радиус-вектора тела по времени, направлена по касательной к траектории. Модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени: $v = |v| = \dfrac{dS}{dt}$

Если мы знаем закон изменения $v(t)$ за некоторый промежуток времени Δt, то сможем определить пройденный путь за Δt:

$$S = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} v(t)dt$$

Средняя скорость – векторная величина, равная отношению приращения радиус-вектора $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Модуль средней скорости равен расстоянию за единицу времени:

$$|\vec{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Ускорение – векторная величина, характеризующая изменение скорости тела со временем, и равная первой производной от скорости по времени, т.е. $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

Среднее ускорение за некоторый промежуток времени Δt

$\langle \vec{a} \rangle = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{v}$ – изменение скорости за Δt.

Ускорение можно представить в виде векторной суммы двух слагаемых (рис.2)

$$\vec{a} = \vec{a_\tau} + \vec{a_n}$$

Первое слагаемое характеризует изменение скорости по модулю и называется **тангенциальной составляющей** (касательной) **ускорения**.

$$\vec{a_\tau} = \frac{d\vec{v}}{dt}; \qquad \left|\vec{a_\tau}\right| = \frac{dv}{dt}$$

Второе слагаемое характеризует изменение скорости по направлению и называется **нормальным ускорением**.

$$\left|\vec{a_n}\right| = \frac{v^2}{R}$$

где R – радиус кривизны. Если материальная точка движется по окружности то R – радиус окружности.

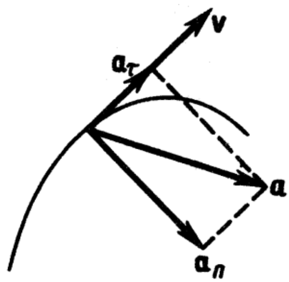


рис.2

В случае прямолинейного равномерного движения

$$\vec{a} = 0 \qquad v = const \qquad \text{и путь } S = v \cdot t$$

При прямолинейном равнопеременном движении

$$\vec{a} = const \qquad \vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t \qquad S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

здесь $\vec{v}_0$ – скорость тела в момент времени $t=0$; a>0, если тело движется равноускоренно, и a<0 при равнозамедленном движении тела.

При равномерном движении материальной точки по окружности $a_\tau = 0$, $\boldsymbol{a_n = const}$.

Для описания **вращательного движения** макроскопического тела используют величины: угловой путь $\vec{\varphi}$, угловую скорость $\vec{\omega}$, угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ (рис.3):

Модуль вектора углового пути равен углу поворота $\Delta\varphi$.

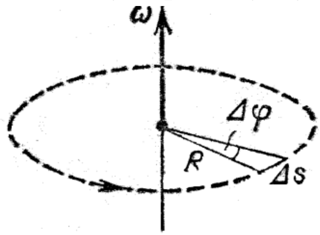


рис.3

Угловая скорость – векторная величина, определяемая первой производной углового пути тела по времени и характеризующая быстроту изменения угла поворота.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad [\omega] = \frac{рад}{с}$$

Направление векторов угловой скорости и углового пути совпадают и определяются правилом правого винта.

Угловое ускорение – векторная величина, определяемая первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad [\varepsilon] = \frac{рад}{с^2}$$

При равнопеременном вращении тела вокруг некоторой оси

$$\vec{\varepsilon} = const \quad и \quad \vec{\omega} = \vec{\omega_0} + \vec{\varepsilon}t \quad \vec{\varphi} = \vec{\varphi_0} + \vec{\omega_0}t + \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2}$$

где $\vec{\varphi}_0$ и $\vec{\omega}_0$ – начальные значения углового пути и угловой скорости соответственно.

Линейные кинематические величины связаны **с угловыми**.

Зная угловые величины $\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$, можно найти $\vec{v}$ и $\vec{a}$, воспользовавшись следующими формулами:

$$\left.\begin{aligned} v &= \omega \cdot R \\ a_n &= \omega^2 R \\ a_\tau &= \varepsilon \cdot R \end{aligned}\right\},$$ здесь R – радиус окружности.

Динамика частиц

В основе динамики лежат 3 закона Ньютона.

Первый закон: тело находится в состоянии покоя или прямолинейного равномерного движения до тех пор, пока внешнее воздействие не изменит это состояние.

Второй закон: ускорение, с которым движется тело, прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально его массе.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad \vec{F} = \sum_{i=1} \vec{F}_i$$ – при действии нескольких сил.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Векторная величина, равная произведению массы точки на вектор скорости, называется **импульсом**, или количеством движения материальной точки.

В более общей форме: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ – второй закон Ньютона представлен как уравнение движения.

Третий закон: две материальные точки взаимодействуют с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению. Направлены силы вдоль линии, проходящей через материальные точки.

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$$

Законы Ньютона справедливы лишь в инерциальных системах отсчета.

Фундаментальными законами в физике являются **законы сохранения.**

1. **Закон сохранения импульса**: в замкнутой системе тел полный импульс сохраняется

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{p_i} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{v_i} = const$$

Замкнутая механическая система – система тел, на которую не действуют внешние силы. Если масса системы не зависит от ее скорости, то импульс системы можно выразить через скорость центра масс системы.

Центр масс (центр инерции) системы материальных точек (тела) есть точка С, положение которой определяется как

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m}$$

где $m_i, \vec{r}_i$ – масса и радиус-вектор i – ой точки материальной точки системы; m – масса системы.

Скорость центра масс $\overrightarrow{v_c} = \dfrac{d\overrightarrow{r_c}}{dt}$

Импульс системы равен $\vec{P} = m\overrightarrow{v_c}$

Уравнение движения центра масс системы $\dfrac{d(m\overrightarrow{v_c})}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i}$

Если правая часть (результирующая всех внешних сил) равна нулю, то центр масс движется прямолинейно и равномерно, либо покоится.

Движение некоторых тел сопровождается изменением их массы, например, масса ракеты уменьшается в результате истечения газов, образующихся при сгорании топлива.

В этом случае уравнение движения $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{F_p}$

$\vec{F}$ – результирующая внешних сил;

$\vec{F_p} = -\vec{u}\frac{dm}{dt}$ – реактивная сила, здесь $\vec{u}$ – скорость истечения газов относительно ракеты.

Количественной мерой механического движения и взаимодействия тел является **механическая энергия**.

Полная механическая энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергии $E = E_к + E_P$

Кинетическая энергия материальной точки массой m, движущейся со скоростью $\vec{v}$, определяется формулой

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

В разных инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, скорость тела, следовательно, и его кинетическая энергия неодинакова.

Потенциальная энергия – часть механической энергии системы тел, определяемая их расположением и характером сил взаимодействия между ними.

$E_P = mgh$ – потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h.

$$E_P = \frac{kx^2}{2}$$ – потенциальная энергия упруго деформированного тела, k – коэффициент жесткости пружины (коэффициент упругости).

Изменение механического движения тела вызывают силы, действующие на него со стороны других тел. Силы совершают **работу**. Элементарная работа dA, совершаемая силой $\vec{F}$ на элементарном перемещении $d\vec{r}$ тела равна скалярному произведению силы на перемещение.

$$dA = \vec{F}d\vec{r} \qquad или \quad dA = Fdr \cdot \cos\alpha$$

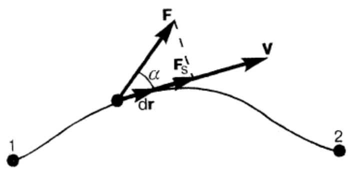


рис.4

α – угол между направлениями $\vec{F}$ и $d\vec{r}$ (рис.4). Полная работа, совершаемая силой $\vec{F}$ на участке траектории от точки 1 до точки 2.

$$A_{12} = \int_1^2 Fdr\cos\alpha$$

Скорость совершения работы определяется физической величиной, называемой **мощностью**

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Так как $dA = \vec{F}d\vec{r}$, то мощность можно представить в виде скалярного произведения силы на скорость точки.

$$N = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Сила, работа которой не зависит от формы траектории движения тела, называется **консервативной.** А поле действия таких сил – **потенциальным.** Например, сила тяжести, сила упругости являются консервативными силами. Если работа, совершаемая силой, зависит от траектории движения тела, то такая сила называется **диссипативной**. Сила трения является диссипативной силой.

Система тел (частиц), между которыми действуют только консервативные силы, называется консервативной. Для консервативной системы тел полная механическая энергия сохраняется со временем, при этом один вид механической энергии переходит в другой вид (например, кинетическая в потенциальную) и носит название **закона сохранения энергии** в механике

$$E_к + E_P = const$$

Механика твердого тела

В динамике вращательного движения твердого тела пользуются понятиями момента инерции J, момента силы M и момента импульса L. Момент инерции материальной точки относительно некоторой оси есть скалярная величина, равная произведению массы точки на квадрат расстояния от нее до оси вращения.

$$J = mr^2$$

Моментом инерции тела относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс элементарных частей тела (точек) на квадрат их расстояний до этой оси

$$J = \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2$$

В случае непрерывного распределения масс сумма заменяется интегралом

$$J = \int r^2 dm$$

Применяя эти формулы, можно вычислить моменты инерции для некоторых тел, которые приведены ниже в таблице.

Если задана ось вращения, которая не проходит через центр инерции, то момент инерции относительно этой оси можно определить на основе теоремы Штейнера

$$J_c = J_0 + ma^2$$

J_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;
a – расстояние между осями.
J_c – момент инерции тела относительно произвольной оси равен моменту инерции его относительно оси, проходящей через центр тела и параллельно произвольной оси J_0 плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями.

Тело	Положение оси	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

При вращательном движении момент инерции есть мера инертности тела.

Моментом силы F относительно неподвижной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса – вектора $\vec{r}$, проведенного из точки О в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$ (рис.5).

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right],$$

$$\left|M\right| = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot l$$

α – угол между направлениями $\vec{F}$ и $\vec{r}$

l – плечо силы.

Направление момента силы определяется правилом правого винта.

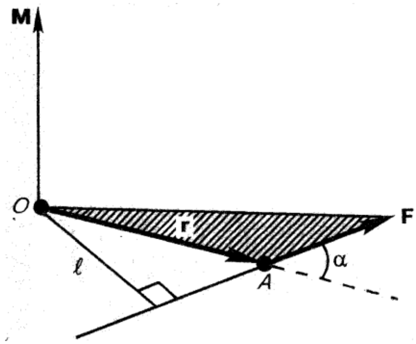


рис.5

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением

$$\vec{L} = \left[\vec{r} \cdot \vec{p}\right]$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки О к материальной точке.

Модуль момента импульса

$$\left[L\right] = p \cdot r \cdot \sin\alpha = p \cdot l$$

α – угол между направлениями $\vec{r}$ и $\vec{p}$

l – плечо импульса $\vec{p}$ относительно точки О.

Направление момента импульса определяется по правилу правого винта.

Момент импульса твердого тела относительно оси z равен

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = J_z \omega$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i v_i$ – импульс этой частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – его угловая скорость.

Основной **закон вращательного движения**:

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = J\vec{\varepsilon} = \overrightarrow{M}$$

Если момент внешних сил, действующих на тело, равен нулю ($\overrightarrow{M} = 0$), то $\vec{L} = const$. Это выражение является **законом сохранения момента импульса**.

Кинетическая энергия вращающегося тела равна

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(r\omega)^2 = J\frac{\omega^2}{2}$$

Изменение кинетической энергии тела определяется работой, совершаемой силой $\vec{F}$, которая равна произведению момента силы на угловой путь:

$$dA = Md\varphi$$

Элементы специальной теории относительности

1. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея.

На рис.6 указаны две инерциальные системы отсчета. Система K' движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ относительно системы K в направлении OX

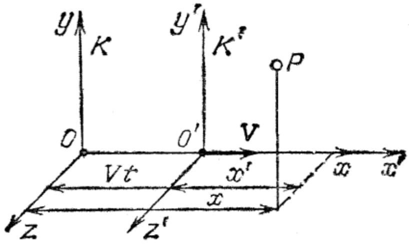


рис.6

Координаты материальной точки массой m в системах отсчета K' и K связаны следующим образом:

$$\begin{cases} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

В ньютоновской механике предполагается, что время течет одинаково во всех системах отсчета. В общем виде, когда скорость $\vec{v}$ направлена произвольным образом, преобразования, приведенные выше, можно представить в виде

$$\vec{r} = \vec{r'} + \vec{v}t$$

Эти преобразования носят название **преобразования Галилея**. Так как скорость движения материальной точки равна первой производной от $\vec{r}$, то и

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{v}$$

где $\vec{v'} = \dfrac{d\vec{r'}}{dt}$ – скорость тела относительно системы K', а $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – скорость тела относительно системы K.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v'}}{dt}$$

Из последнего равенства вытекает, что ускорения тела одинаковы в обеих системах отсчета

$$\vec{a} = \vec{a'}$$

Следовательно, сила $\vec{F}$, действующая в системе отсчета K, совпадает с силой $\vec{F'}$, действующей на тело в системе K'. Если выполняется в системе K равенство:

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad \text{то в системе } K': \quad m\vec{a'} = \vec{F'}$$

Таким образом, законы механики одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета. Это утверждение называется **принципом относительности Галилея.**

Величины, которые не меняются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, называются **инвариантными**. В данном случае ускорение, сила – инвариантные величины.

При значительных скоростях, близких к скорости света вакуума ($c = 3 \cdot 10^8\ м/с$), преобразования Галилея не подходят, они заменяются на преобразования Лоренца. В 1905г. А.Эйнштейн создал специальную теорию относительности (СТО). Она представляет физическую теорию пространства и времени, в основе которой лежат два постулата: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света.

Принцип относительности Эйнштейна: все законы природы одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета.

Если принцип относительности Галилея затрагивал лишь законы механики, то принцип относительности Эйнштейна охватывает законы природы, изучаемые во всех разделах физики (механика, оптика, электромагнетизм).

Принцип постоянства скорости света: скорость света в вакууме не зависит от движения источников света, и, следовательно, одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Эта скорость света является предельной

Преобразования Лоренца

$$x = \frac{x' + \frac{v \cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{или} \quad x' = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$y = y' \qquad z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{v \cdot x}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{или} \quad t' = \frac{t - \frac{v \cdot x}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Следствия из преобразований Лоренца

1. Если события в системе отсчета K происходят одновременно, но в разных точках пространства $(x_1 \neq x_2)$, то в другой инерциальной системе отсчета K' они происходят в разное время, т.е. одновременность событий нарушается $t'_1 \neq t'_2$.

2. Длительность событий в разных инерциальных системах отсчета будет различной. Так, если в системе K' в одной и той же точке с координатой x' происходят в моменты времени t'_1 и t'_2 два каких либо события (рождается элементарная частица и потом распадается), и между этими событиями промежуток времени равен $\Delta t' = t'_2 - t'_1$, то в системе K промежуток времени не равен $\Delta t'$. Время, отсчитанное по часам, связанным с телом, называют **собственным временем**. Если систему отсчета K' свяжем с движущимся со скоростью $\vec{v}$ относительно названной системы отсчета K телом, то промежуток собственного времени равен

$$\tau = \Delta t' = \Delta t \sqrt{1-\beta^2} < \Delta t$$

Из последнего выражения видно, что собственное время меньше времени, отсчитанного по часам, движущимся относительно тела.

3. Длина тел в разных системах отсчета различна. Сравним длину стержня в инерциальных системах отсчета K и K'.

Пусть $l_0 = x_2' - x_1'$ – длина стержня в системе K' и $l = x_2 - x_1$ – длина стержня в системе K. Если мы применим преобразования Лоренца, то имеем

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}\text{, следовательно}\qquad l = l_0\sqrt{1-\beta_2} < l_0$$

Длина движущегося стержня оказывается меньше той, которой обладает стержень в состоянии покоя (рис.7).

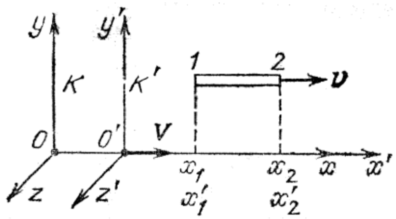


рис.7

Релятивистский импульс. При больших скоростях импульс тела выражается формулой $\vec{p} = m\vec{v}$; $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$;

$\vec{p} = \dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где m_0 – масса покоя тела; m – масса тела, движущегося со скоростью v.

$\vec{v}$ – скорость движения его относительно инерциальной системы отсчета K.

Релятивистское выражение для энергии. Свободная частица обладает энергией

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}};\qquad mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

c – скорость света в вакууме.

$$E_0 = m_0 c^2 \text{ – энергия покоя.}$$

Разность энергии E и энергии покоя составляет энергию движения, т.е. кинетическую энергию

$$E_K = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2$$

Колебания и волны.
Механические колебания

Колебательное движение – периодическое движение, при котором тело (система) последовательно отклоняется от своего положения равновесия то в одну, то в противоположную сторону. Простейшим примером колебательного движения является движение точечной массы m, подвешенной на нити или пружины, около положения равновесия (рис.8).

рис.8

Гармонические колебания и их характеристики

Колебания, при которых колеблющаяся величина x изменяется со временем по закону синуса или косинуса, называется гармоническими.

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{или} \quad x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Здесь A – амплитуда величины x, наибольшее отклонение от положения равновесия; ω_0 - циклическая частота; φ - начальная фаза; $(\omega_0 t + \varphi)$ – фаза, определяет значение x в момент времени t.

Колебания характеризуются частотой ν и периодом T.

T – время одного полного колебания

ν – число полных колебаний за единицу времени.

Приведенные выше выражения для x являются решением дифференциального уравнения (дифференциальное уравнение гармонических колебаний)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

На рис.9 дан график гармонических колебаний:

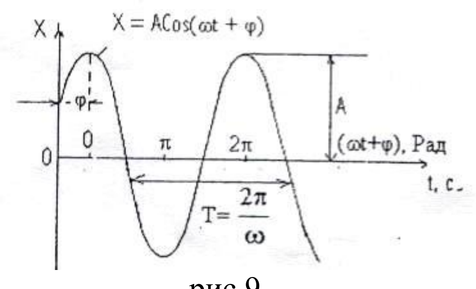


рис.9

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\dot{x}^2 = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием силы упругости $F = -kx$

$$E_p = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Полная энергия $\quad E = E_к + E_p = \dfrac{mA_0^2\omega_0^2}{2}$

Пружинный маятник – это груз массой *m*, подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающий гармонические колебания под действием силы упругости $F = -kx$ (k – жесткость пружины).

Дифференциальное уравнение колебаний пружины, полученное на основе второго закона Ньютона, имеет вид

$$m\ddot{x} = -kx \quad или \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad где \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Решение этого уравнения: $\quad x = x_0 cos(\omega_0 t + \varphi)$

Период колебаний пружинного маятника $\quad T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

Формула для периода справедлива в случае, когда масса пружины мала по сравнению с массой груза.

Физический маятник – твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси *O*, не проходящей через центр масс тела *C* (рис.10).

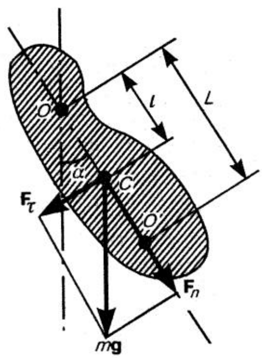


рис.10

Малые колебания физического маятника описываются дифференциальным уравнением

$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0 \quad \text{или}$$

$$\ddot{\alpha} + \omega_0{}^2 \alpha = 0$$

где l – расстояние OC, α – угол отклонения маятника.
J – момент инерции тела относительно оси, проходящей через точку O.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\alpha = \alpha_0 \, sin(\omega_0 t + \varphi), \quad или \quad \alpha = \alpha_0 \, cos(\omega_0 t + \varphi), \; \omega_0{}^2 = \frac{mgl}{J}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \qquad L = \frac{J}{ml}$$ – приведенная длина маятника

Точка O' на продолжении прямой OC, отстоящая от точки подвеса маятника на расстоянии приведенной длины, называется **центром качения физического маятника.** Точки O и O' взаимозаменяемы.

Математический маятник – материальная точка массой m, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, колеблющаяся под действием силы тяжести.

Практически приближением такой идеализованной системы являются небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой нити длиной l.

Период малых колебаний математического маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Приведенная длина физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Затухающие колебания – колебания с уменьшающейся амплитудой (рис.11).

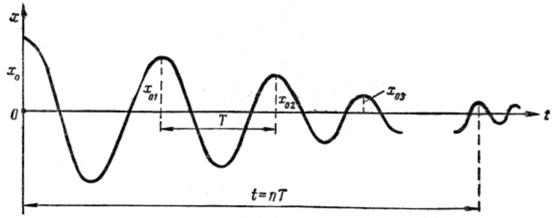


рис.11

Амплитуда уменьшается из-за совершения работы по преодолению сил трения среды.

Если сила трения (сила сопротивления) пропорциональна скорости тела,

$$F_{сопр} = -rv = -r\dot{x} \quad \text{где } r \text{ – коэффициент трения,}$$

то дифференциальное уравнение затухающих колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad \text{или} \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Решение уравнения: $x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Амплитуда затухающих колебаний – $A_0 e^{-\beta t}$.

Коэффициент затухания $\beta = \dfrac{r}{2m}$, циклическая частота колебаний при этом $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

Характеристики затухающих колебаний – декремент затухания, логарифмический декремент затухания, коэффициент затухания.

Декремент затухания показывает во сколько раз амплитуда колебаний уменьшается за один период *T*, т.е.

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$$

Натуральный логарифм декремента называется **логарифмическим декрементом затухания**

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{1}{N_e}$$

N_e – число колебаний, за которое амплитуда уменьшается в e раз.

Коэффициент затухания β – величина, обратная промежутку времени, за которое амплитуда уменьшается в e раз.

Добротность колебательной системы

$$Q = -2\pi\frac{E(t)}{\Delta E(t+T)} = \frac{\pi}{\lambda}$$

Добротность определяется отношением энергии колебательной системы, которую она имеет в момент времени t, к убыли энергии за период. Чем выше добротность колебательной системы, тем медленнее затухают колебания.

Вынужденные колебания – колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы.

$$F = F_0\cos\omega\cdot t$$

ω – частота колебаний вынуждающей силы.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0 x = \frac{F_0}{m}cos\,\omega\cdot t \quad \text{и его решение} \quad x = Ae^{-\beta\cdot t}cos(\omega\cdot t+\varphi)$$

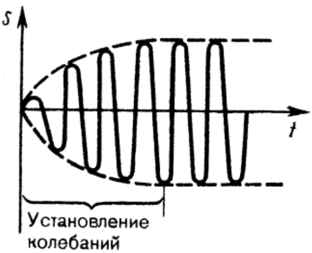


рис.12

На рис.12 изображен график вынужденных колебаний. Амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты вынуждающей силы.

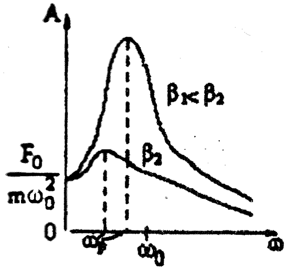


рис.13

При некотором значении ω, близком к собственной частоте колеблющейся системы ω_0, амплитуда резко возрастает, т.е. наблюдается резонанс. Кривая зависимости амплитуды от частоты вынужденных колебаний ω называется резонансной кривой (см. рис.13).

Волны

1. **Волновые процессы.** Процесс распространения колебаний в упругой среде называется волновым процессом (волной).

Если колеблющееся тело (камертон, струна, мембрана и т.д.), находится в упругой среде, то оно приводит в колебательное движение соприкасающиеся с ним частицы среды, вследствие чего в прилегающих к этому телу элементах среды возникают периодические деформации (например, сжатия и растяжения). При этих деформациях в среде появляются упругие силы, стремящиеся вернуть элементы среды в исходное состояние. Упругие деформации будут передаваться от одних участков среды к другим, более удаленным от источника колебаний.

Таким образом, периодические деформации, вызванные в каком-нибудь месте упругой среды, будут распространяться в среде с некоторой скоростью. При этом частицы среды, совершают колебательные движения около положений равновесия;

от одних участков к другим передается лишь состояние деформации.

Основным свойством волн является перенос энергии без переноса вещества.

Упругие волны бывают продольными и поперечными. В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в поперечных – в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. В жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердом теле – как продольные, так и поперечные.

Синусоидальные (гармонические) волны. Упругая волна называется гармонической, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис.14 приведен график гармонической волны в момент времени t.

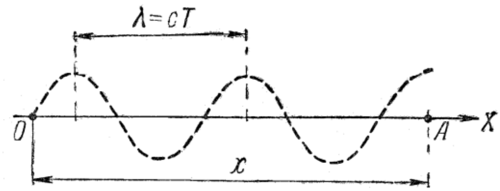


рис.14

Этот график дает зависимость смещения всех частиц среды от расстояния до колеблющегося тела и времени.

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется **длиной волны** λ. Ее можно определить по формуле

$$\lambda = v \cdot T$$

T – период колебаний; v – скорость волны.

Волновая поверхность – геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Фаза волны – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t (одна из волновых поверхностей).

Фазовая скорость – это скорость распространения волнового процесса.

Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейшем случае они представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно волна называется плоской или сферической.

Уравнение волны. Распространение волн в однородной изотропной среде описывается дифференциальным уравнением в частных производных

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

v – скорость распространения волны (фазовая скорость);
ξ – определяет смещение частицы среды от положения равновесия.
Частным решение этого уравнения является функция

$$\xi(x,t)=A\cos(\omega\cdot t-kx+\varphi_0),\quad k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{v}$$ – волновое число.

Эта функция описывает бегущую гармоническую волну.

Интерференция волн

Наложение в пространстве двух или более когерентных волн, в результате которого наблюдается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны, называется интерференцией.

Волны называются когерентными, если разность их фаз остается неизменной во времени.

В качестве примера рассмотрим интерференцию двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками S_1 и S_2, имеющих одинаковые частоту ω и амплитуду A_0. Напишем уравнения этих волн

$$\xi_1 = \frac{A_0}{r_1}\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1) \quad \xi_2 = \frac{A_0}{r_2}\cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2)$$

r_1 и r_2 – расстояния от источников волн до рассматриваемой точки наложения;

φ_1 и φ_2 – начальные фазы.

В разных точках пространства будут наблюдаться различные значения суммарной амплитуды колебаний, зависящей от разности хода волн $\Delta = r_1 - r_2$, или разности фаз $\Delta\varphi$ ($\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$). Максимум усиления амплитуды происходит, когда разность фаз $\Delta\varphi = \pm 2\pi\, m, (m = 0, \pm 1, \pm 2...)$. Минимальное значение интенсивности наблюдается при $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$

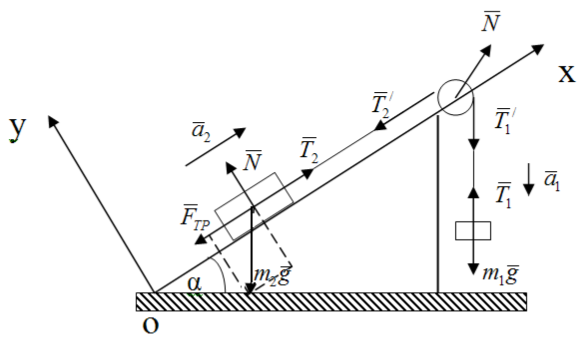
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. На наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha=30^0$, находится груз массой m_2=2кг. К грузу привязан легкий шнур, перекинутый через блок, укрепленный на вершине наклонной плоскости. К другому концу шнура подвешена гиря массой m_1=20кг. Предоставленная самой себе, система приходит в равноускоренное движение. Определите ускорение грузов и силу давления на ось блока при условии, что коэффициент трения между грузом и плоскостью равен μ=0,1. массу блока не учитывать.

Дано: $\alpha=30^0$; m_1=20кг; m_2=2кг; μ=0,1; $\vec{a}$ =const

Найти: F_∂ – ?

Решение:



Укажем внешние силы, действующие на каждое из тел системы. Очевидно, гиря будет опускаться, а груз будет подниматься по наклонной плоскости. Рассмотрим движение гири. На гирю действует сила тяжести $m_1 g$ и сила натяжения шнура $\overrightarrow{T_1}$. Поскольку гиря опускается ускоренно, то

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

На груз действует сила тяжести $m_2 g$, сила натяжения шнура $\overrightarrow{T_2}$, сила трения $F_{тр}$ и нормальная реакция опоры $\overrightarrow{N}$. Выберем систему отсчета – наклонную плоскость и связанную с ней систему координат. Ось O_x направим вдоль наклонной плоскости в сторону движения груза, ось O_y – перпендикулярно наклонной плоскости. Под действием приложенных сил груз массой m_2 ускоренно поднимается по наклонной плоскости, поэтому основное уравнение динамики в проекциях на ось O_x имеет вид:

$$T_2 - m_2 g \sin\alpha - F_{тр} = m_2 a_2$$

Так как груз и гиря связаны между собой, то $a_1 = a_2 = a$ и $T_1 = T_2 = T$

Сила трения, равная $F_{тр} = \mu \cdot N$, отсутствует в направлении, перпендикулярном наклонной плоскости (O_y), поэтому

$$N - m_2 g \cos\alpha = 0$$

По условию задачи масса блока не учитывается, поэтому на него действует только две силы натяжения со стороны шнура ($T_1' = T_2' = T$) и нормальная реакция опоры N_1 со стороны оси. Согласно третьему закону Ньютона блок действует на ось с такой же по модулю силой, но направленной в противоположную сторону. Эту силу нам надо определить.

Под действием приложенных сил блок находится в равновесии: его ускорение равно нулю $\overline{T_1} + \overline{T_2} = \overline{N_1}$. Как видно из рис., диагональ параллелограмма равна, построенного на $\overline{T_1}$ и $\overline{T_2}$, равна по модулю N_1

$$\left|\vec{T_1}+\vec{T_2}\right| = 2T\cos(45^0-\frac{\alpha}{2}),$$

Следовательно $2T\cos\left(45^0-\frac{\alpha}{2}\right)=N_1$

Составим систему уравнений для неизвестных величин: *T, a, N, N₁*

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g\sin\alpha - \mu N = m_2 a \\ N - m_2 g\cos\alpha = 0 \\ 2T\cos\left(45^0-\frac{\alpha}{2}\right) = N_1 \end{cases}$$

Решая эту систему относительно a, N_1 получим

$$a = \frac{m_1 - m_2\sin\alpha - \mu m_2\cos\alpha}{m_1+m_2}g$$

$$F_\partial = N_1 = \frac{2m_1 m_2}{m_1+m_2}g\left(1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)\cos\left(45^0-\frac{\alpha}{2}\right)$$

Проверим размерность: $\left[a\right]=\frac{кг}{кг}\cdot\frac{м}{c^2}=\frac{м}{c^2}$ $\left[F_\partial\right]=\frac{кг\cdot кг}{кг}\cdot\frac{м}{c^2}=H$

Вычисляем: a=4 м/с^2; F_∂=202Н

Задача 2. Материальная точка колеблется согласно уравнению $x = A\cos\omega t$, где A=5см, ω=π/12 с$^{-1}$. Когда возвращающая сила F в первый раз достигает значение -12мН, потенциальная энергия E_p точки оказывается равной 0,15мДж. Определите: 1) этот момент времени t; 2) соответствующую этому моменту фазу ωt.

Дано: $x = A\cos\omega t$; A=5см=$5\cdot10^{-2}$м; ω=π/12с$^{-1}$; F=-12мН=$-1{,}2\cdot10^{-2}$Н; E_p=0,15мДж=$1{,}5\cdot10^{-3}$Дж

Найти: t, ωt – ?

Решение: Материальная точка совершает гармонические колебания под действием силы упругости равной

$$F = -kx = -Ak\cos\omega t,\ k \text{ – коэффициент жесткости.}$$

Потенциальная энергия точки $E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\cos^2\omega t$

Составим отношение $\frac{E_p}{F} = -\frac{A}{2}\cos\omega t$ отсюда время

$$t = \frac{1}{\omega}\arccos\left(-\frac{2E_p}{AF}\right)$$

Фаза к моменту времени $\omega t = \arccos\left(-\frac{2E_p}{AF}\right)$

$$[t] = \frac{1}{[\omega]}\left[\arccos\left(-\frac{2E_p}{AF}\right)\right]$$

Проверка размерности: $\left[\frac{2E_p}{AF}\right] = \frac{Дж}{м \cdot Н} = \frac{Дж}{Дж} = 1$

$$[\omega] = \frac{1}{c} \quad [t] = c \quad [\omega t] = рад$$

Вычисляем: $t = \frac{1}{\frac{\pi}{12}}4c \cdot \arccos\left(\frac{2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}}\right) = 4c$

$$\omega t = 4 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}\,рад$$

Задача 3. Определите, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза.

Дано: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,кг;\ e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,Кл;\ l = \frac{l_0}{2}$

Найти: U – ?

Решение: Согласно специальной теории Эйнштейна,

$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$; l – продольный размер в системе отсчета, относительно которой электрон движется со скоростью v; l_0 – продольный размер электрона в системе отсчета, связанной с ним. Подставляем значение l

$$\frac{l_0}{2} = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \textit{откуда} \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$$

В ускоряющем электрическом поле электрон получает кинетическую энергию, равную $E_k = eU$

С другой стороны, согласно СТО $T = m_e c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)$

Следовательно

$$eU = m_e c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)$$

$$U = \frac{m_e c^2}{e}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right) = \frac{m_e c^2}{e}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}-1\right) = \frac{m_e c^2}{e}$$

Проверяем размерность $[U] = \frac{\textit{кг}\left(\frac{\textit{м}}{\textit{с}}\right)^2}{\textit{Кл}} = \frac{\textit{кг}\cdot\textit{м}^2}{\textit{Кл}\cdot\textit{с}^2} = \frac{\textit{Дж}}{\textit{Кл}}\,\textit{В}$

Вычисляем: $U = \frac{9{,}11\cdot 10^{-3}\cdot(3\cdot 10^{8})^{2}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} 512\,\kappa B$

Задача 4. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью v=10м/с. Амплитуда колебаний точек шнура A=5см., период колебаний T=1с. Запишите уравнение волны и определите: 1) длину волны; 2) фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии x_1=9м от источника колебаний в момент времени t_1=2,5с.

Дано: v=10м/с; A=5см=0,05м; T=1с; x_1=9м; t_1=2,5с.

Найти: $\lambda, \varphi_1, \xi_1, \dot{\xi}_1, \ddot{\xi}_1 - ?$

Решение: Запишем уравнение волны $\xi = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$

Круговая частота и длина волны связаны с периодом $\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad \lambda = vT$, их выражение для ω подставляем в уравнение волны $\xi(x,t) = A\cos\frac{2\pi}{t}\left(t - \frac{x}{v}\right)$

Аргумент косинуса в момент времени t_1 есть фаза колебаний в этот момент: $\varphi_1 = \frac{2\pi}{t}\left(t_1 - \frac{x_1}{v}\right)$.

Смещение в момент t_1 $\xi_1 = A\cos\frac{2\pi}{T}\left(t_1 - \frac{x_1}{v}\right)$

Производная от ξ по времени есть скорость точки

$\dot{\xi}_1 = -A\frac{2\pi}{T}\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right)$ и в момент t_1 на расстоянии x_1 –

$\dot{\xi}_1 = -A\frac{2\pi}{T}\sin\frac{2\pi}{T}\left(t_1 - \frac{x_1}{v}\right)$

Берем еще раз производную от скорости $\dot{\xi}$ и находим ускорение этой точки

$$\ddot{\xi}_1 = -A\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cos\frac{2\pi}{T}\left(t_1 \frac{x_1}{v}\right)$$

Проверка размерности: $[\xi] = [A] = м \quad [\lambda] = \frac{м}{с}с = м$

$$[\varphi] = \frac{рад}{с}\left(с - \frac{м}{м/с}\right) = рад \quad \left[\dot{\xi}\right] = м/с \quad \left[\ddot{\xi}\right] = м\frac{1}{с^2} = м/с^2$$

Вычисляем: $\xi = 0{,}05\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{5}x\right) \quad (м)$

$$\lambda = 10 \cdot 1 = 10 м \qquad \varphi_1 = \frac{2\pi}{1}\left(2{,}5 - \frac{9}{10}\right) = 3{,}2\pi$$

$$\xi_1 = 0{,}05\cos\frac{2\pi}{1}\left(2{,}5 - \frac{9}{10}\right) = -0{,}04\ м/с$$

$$\dot{\xi}_1 = -0{,}05\frac{2\pi}{1}\sin\frac{2\pi}{1}\left(2{,}5 - \frac{9}{10}\right) = 0{,}185\ м/с$$

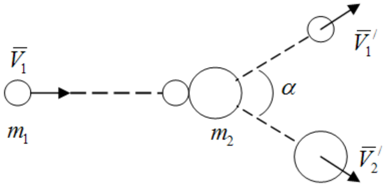
$$\ddot{\xi}_1 = -0{,}05\left(\frac{2\pi}{1}\right)^2 \cos\frac{2\pi}{1}\left(2{,}5 - \frac{9}{10}\right) = -1{,}6\,м/с^2$$

Задача 5. После упругого столкновения частицы 1 с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы 1, и угол между их направлениями разлета $\vartheta = 60^0$. Найти отношение масс этих частиц.

Дано: $\alpha = 60^0$, $v_2 = 0$

Найти: $\frac{m_2}{m_1}$ **– ?**

Решение:



Обозначим скорости после столкновения через $\overrightarrow{v_1'}$ и $\overrightarrow{v_2'}$

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\frac{\alpha}{2} + m_2 v_2' \cos\frac{\alpha}{2} \\ 0 = m_1 v_1' \sin\left(90^0 - \frac{\alpha}{2}\right) - m_2 v_2' \sin\left(90^0 - \frac{\alpha}{2}\right) \end{cases}$$

Из уравнения следует, что скорость второго тела

$$v_2' = \frac{m_1}{m_2} v_1'$$

Возведем в квадрат первое уравнение системы, предварительно разделив его на массу m_1, а второе разделим на $\frac{m_1}{2}$.

$$\begin{cases} v_1^2 = v_1'^2 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 v_2'^2 + 2\frac{m_2}{m_1} v_1' v_2' \cos\alpha \end{cases}$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{m_2}{m_1} v_2'^2$$

Решаем систему и получаем следующее уравнение:

$\left(\frac{m_2}{m_1} - 1 - 2\cos\alpha\right) v_1'^2 = 0$ так как $v_1' \neq 0$, то $\frac{m_2}{m_1} - 1 - \cos\alpha = 0$,

откуда $\frac{m_2}{m_1} = 1 + \cos\alpha$.

Вычисляем: $\frac{m_2}{m_1} = 1 + \cos 60^0 = 1{,}5$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = 1{,}5$.

Задача 6. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого J=1,5кг·м^2, вращаясь при торможении равнозамедленно, за время t=1мин уменьшил частоту своего вращения с n_0=240об/мин до n_1=120об/мин. Определите:
1) угловое ускорение маховика ε; 2) момент силы торможения;
3) работу торможения

Дано: J=1,5кг·м^2; t=1мин=60с; n_0=240об/мин=4об/с; n_1=120об/мин=2об/с

Найти: ε; М; А – ?

Решение: Угловая скорость при равнозамедленном движении

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon \cdot t \quad \textit{отсюда} \quad \varepsilon = \frac{\omega_0 - \omega}{t} \qquad (1)$$

Угловая скорость выражается через частоту оборотов

$$\omega = 2\pi \cdot n, \; \omega_0 = 2\pi \cdot n_0 \qquad (2)$$

Подставляем выражения (2) в формулу (1) $\varepsilon = 2\pi \frac{n_0 - n}{t}$

На основе уравнения динамики вращательного движения определяем момент силы $J\varepsilon = M$

Работа равна изменению кинетической энергии маховика

$$A = \frac{J\omega_0^2}{2} - \frac{J\omega^2}{2} = 2\pi J\left(n_0^2 - n^2\right)$$

Проверяем размерность: $[\varepsilon] = \frac{рад}{с^2}$ $[M] = кг \cdot м^2 \cdot \frac{1}{с^2}$

$$[A] = [J] \cdot \left[\omega^2\right] = кг \cdot м^2 \cdot \frac{1}{с^2} = Н \cdot м = Дж$$

Ответ: 1) $\varepsilon = 0{,}21 \frac{рад}{с^2}$ 2) $M = 0{,}315 Н \cdot м$ 3) $A = 355 Дж$

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика изучает зависимость физических свойств вещества от характера движения или взаимодействия частиц, входящих в состав вещества (атомов, молекул).

Для изучения этих процессов применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода:
– статистический (молекулярно-кинетический);
– термодинамический.

Статистический метод не учитывает скорости движения молекул в какой-то конкретный момент времени или ее температуры, а основан на том, что свойства макроскопической системы определяются усредненными значениями динамических характеристик этих частиц (скорость, энергия, температура).

В термодинамическом методе строение вещества вообще не рассматривается, а изучаются процессы перехода между термодинамическими состояниями системы как превращения одного вида энергии в другой.

Совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют между собой и обмениваются энергией, называется термодинамической системой.

Состояние системы задается термодинамическими параметрами – температурой, давлением, удельным объемом.

Температура – физическая величина, характеризующая состояние и являющаяся мерой интенсивности теплового движения частиц, образующих систему. Используют только две температурные шкалы – термодинамическую, градуированную в кельвинах (К) и Международную практическую, градуированную в градусах Цельсия (^{0}C). Связь между термодинамической температурой Т и температурой по Международной практической шкале имеет вид:

$$T = (t + 273{,}15)\ К$$

Давлением называется физическая величина равная отношению:

$$P = \frac{F_n}{\Delta S}$$

где F_n – проекция силы на нормаль к поверхности ΔS.

Объем пропорционален количеству вещества в системе. Всякое изменение состояния системы, характеризующееся изменением ее параметров, называется **термодинамическим процессом**.

Макротермодинамическая система находится в термодинамическом равновесии, если при неизменных внешних условиях, переходит в другое состояние и остается в нем сколь угодно долго.

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Опытные законы идеального газа

В молекулярно-кинетической теории пользуются моделью идеального газа, согласно которой считают, что:

1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;

2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;

3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Закон Бойля-Мариотта: для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

$p_i V_i = const$ при T=const, m=const

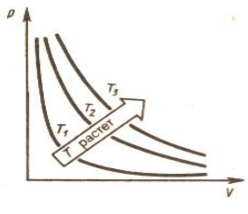
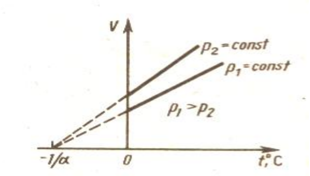


рис.15

Кривая зависимости p от V при T=const называется **изотермой**.

Законы Гей-Люссака: 1) Объем данной массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:
$V=V_0(1+\alpha t)$ при p=const, m=const



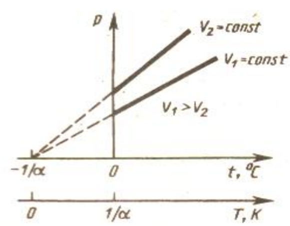
Более удобный вид: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}$,

Кривая зависимости V от T называется **изобарой**.

рис.16

2) Давление данной массы газа при постоянном объеме линейно изменяется с температурой:

$p=p_0(1+\alpha t)$ при V=const, m=const



Более удобный вид: $\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2}$,

где p_0 и V_0 – объем и давление при 0 ^{0}С, коэффициент α=1/273,15 К$^{-1}$

Кривая зависимости p от T называется **изохорой**.

рис.17

Закон Авогадро: моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях этот объем равен $22{,}41\cdot10^{-3}$м^3/моль. $N_A=6{,}022\cdot10^{23}$моль$^{-1}$ – число молекул в одном моле вещества – постоянная Авогадро.

Закон Дальтона: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в нее газов:

$$p=p_1+p_2+\ldots+p_n,$$

где p_1, p_2….. p_n – парциальные давления, давления, которые оказывали бы отдельные газы смеси, если бы они занимали объем, равный объему смеси при той же температуре.

Русский ученый Д.И. Менделеев и французский Клапейрон получили уравнение состояния идеального газа, связывающее вместе три термодинамических параметра системы:

$$pV_m = RT$$

где V_m – молярный объем – объем одного моля газа, R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(моль$\cdot$К). Для произвольной массы газа уравнение записывается в виде:

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$$

где М – молярная масса, $\frac{m}{M} = \nu$ – количество вещества.

Существует еще одна форма записи этого уравнения:

$$p = nkT$$

где n – концентрация молекул газа, $k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ $Дж/К$.

N_A=6,022$\cdot 10^{23}$моль$^{-1}$ - число Авогадро

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

Рассмотрим одноатомный идеальный газ, занимающий некоторый объем. Выделим на стенке сосуда некоторую элементарную площадку ΔS и вычислим давление, оказываемое молекулами газа на эту площадку. Каждая молекула при соударении передает площадке ΔS импульс, равный изменению импульса молекулы $m_0 v - (-m_0 v) = 2m_0 v$. За время Δt площадки ΔS могут достигнуть только те молекулы, которые заключены в объеме цилиндра с основанием ΔS и высотой $v \cdot \Delta t$. Это число молекул равно $n \cdot v\Delta S\Delta t$. Столкновениями молекул между собой пренебрегаем. Хаотическое движение молекул заменяют движением в трех взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей x, y,z.

Вдоль каждого из них движется 1/3 молекул, 1/6 часть в одном направлении и 1/6 в противоположном. При столкновении с площадкой они передадут ей импульс:

$$\Delta P = 2m_0 v\ n\ \upsilon \Delta S \frac{\Delta t}{6} = \frac{1}{3} n\ m_0\ v^2\ \Delta S\ \Delta t$$

где $n \cdot \Delta S \cdot v \cdot \Delta t$ – число молекул в объеме цилиндра, с основанием ΔS; $2m_0 v$ – изменение импульса одной молекулы при соударении со стенкой (рис.18).

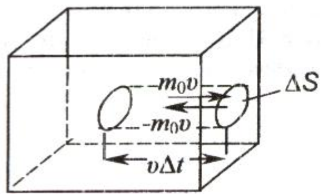


рис.18

По второму закону Ньютона

$$\Delta P = F \cdot \Delta t,$$

где F – сила, действующая на стенку площадью ΔS.

Давление газа на стенку

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\Delta P}{\Delta S \cdot \Delta t} = \frac{1}{3} n m_0 v^2.$$

Молекулы газа движутся с различными скоростями v_1, $v_2 \dots . v_n$, поэтому на основании статистического метода необходимо рассматривать среднюю квадратичную скорость движения молекул.

$$< v_{кв} > = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Если $n = \frac{N}{V}$, где N – общее число молекул, V – объем, то $pV = \frac{1}{3} N m_0 v_{кв}^2$ $\frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} = \langle E_0 \rangle$ – кинетическая энергия одной молекулы, m_0 – масса молекулы.

$$pV = \frac{2}{3} E_К ,$$

где $E_К$ – кинетическая энергия всех молекул.
Это основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов (уравнение Клаузиуса). Используя уравнение Клапейрона – Менделеева можно получить выражение для E_0:

$$\langle E_0 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Распределение Максвелла

По молекулярно-кинетической теории, скорости молекул при хаотическом движении изменяются как по модулю, так и по направлению. Однако средняя квадратичная скорость при постоянной температуре остается постоянной, поэтому $< E_0 >$ можно записать как

$$< E_0 > = \frac{1}{2} m_0 < \mathrm{v}_{кв}^2 > = \frac{3}{2} kT, \quad \text{откуда} \quad < \mathrm{v}_{кв} > = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Постоянство $< \mathrm{v}_{кв} >$ объясняется тем, что в газе устанавливается стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям. Максвелл вывел функцию распределения молекул по скоростям, имеющую вид:

$$f(\mathrm{v}) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \mathrm{v}^2 e^{-\frac{m_0 \mathrm{v}^2}{2kT}}$$

Вид функции зависит от температуры и массы молекул.

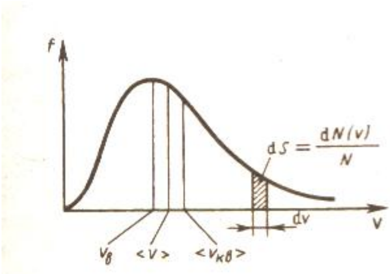


рис.19

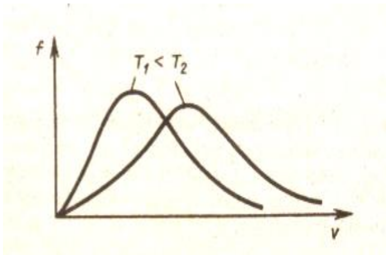


рис.20

Функция $f(\mathrm{v}) = 0$ при $\mathrm{v} = 0$ и достигает max при некотором значении $\mathrm{v}_в$, а затем стремится к нулю (рис.20). Если разбить диапазон скоростей на малые интервалы $d\mathrm{v}$, то **относительное число молекул**, скорости которых лежат в интервале от v до $\mathrm{v} + d\mathrm{v}$ равно $dN(\mathrm{v})/N$

$$dN(\mathrm{v})/N = f(\mathrm{v})d\mathrm{v} \qquad \text{откуда } f(\mathrm{v}) = dN(\mathrm{v})/Nd\mathrm{v}$$

и находится как площадь показанной на рис.19 заштрихованной полоски основанием $d\mathrm{v}$ и высотой $f(\mathrm{v})$. Вся площадь, ограниченная кривой, равна 1.

С ростом температуры кривая распределения смещается вправо, т.е. растет число быстрых молекул.

Скорость $\mathrm{v}_В$, которой обладает максимальное число молекул при данной температуре – наиболее вероятная скорость (функция $f(\mathrm{v})$ достигает максимального значения). Средняя арифметическая скорость рассчитывается как:

$$< \mathrm{v} >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_0}}$$

Опыт Штерна экспериментально подтвердил справедливость распределения Максвелла.

Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул

Молекулы газа, находясь в состоянии хаотического движения, непрерывно сталкиваются друг с другом. Путь, который проходит молекула между двумя последовательными столкновениями называется **длиной свободного пробега**. При большом числе молекул и их столкновений можно говорить о средней длине свободного пробега

$$< l >= \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

(d – диаметр молекулы)

т.е. $< l >$ обратно пропорциональна концентрации n молекул. При постоянной температуре n пропорциональна давлению p. Следовательно

$$\frac{< l_1 >}{< l_2 >} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1}$$

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется **эффективным диаметром**.

Явления переноса

В термодинамических неравновесных системах возникают особые необратимые процессы, называемые **явлениями переноса**, в результате которых происходит пространственный перенос энергии, массы, импульса.

К явлениям переноса относятся внутреннее трение (обусловлено переносом импульса), диффузия (обусловлена переносом массы), теплопроводность (обусловлена переносом энергии).

Внутреннее трение (вязкость). Вязкость возникает между параллельными слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями. Из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего импульс слоя движущегося быстрее уменьшается, а движущегося медленнее – увеличивается.

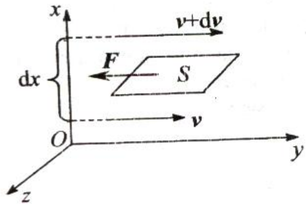


рис.21

Сила внутреннего трения подчиняется закону Ньютона:

$$F = \eta \frac{dV}{dx} S$$

где η – коэффициент динамической вязкости, dV/dx – градиент скорости, показывающий быстроту изменения скорости в направлении, перпендикулярном направлению движения слоев

$$\eta = \frac{1}{3} \rho < \mathrm{v} > \cdot < l >$$

Теплопроводность. Если в одной области газа средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то с течением времени происходит выравнивание температур вследствие постоянных столкновений. Перенос энергии в форме теплоты подчиняется закону Фурье:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

где j_E – плотность теплового потока – величина, равная энергии, переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси x. Величина

λ называется коэффициентом теплопроводности, dT/dx – градиент температуры, равен изменению температуры на единицу длины x перпендикулярно рассматриваемой площадки.

$$\lambda = \frac{1}{3} C_V \rho < \mathrm{v} > \cdot < l >$$

где C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, ρ – плотность газа, $< \mathrm{v} >$ – средняя скорость теплового движения молекул, $< l >$ – средняя длина свободного пробега.

Диффузия. Явление самопроизвольного взаимного проникновения и перемешивания частиц соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел называется **диффузией**. Она возникает вследствие неодинаковой плотности в разных частях объема. При постоянной температуре диффузия подчиняется закону Фика:

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}$$ где j_m – плотность потока массы (равна массе вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку перпендикулярную оси x, т.е. $j_m = \dfrac{\Delta m}{\Delta t \cdot S}$); D – коэффициент диффузии, $d\rho/dx$ – градиент плотности, показывает как меняется плотность на единицу длины x в направлении нормали к единичной площадке.

$$D = \frac{< l > \cdot < \mathrm{v} >}{3}$$

Данное явление широко распространено в природе.

Закономерности всех явлений переноса сходны между собой.

Основы термодинамики

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U – энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц (молекул, атомов, электронов, ядер) и энергия взаимодействия этих частиц. К ней не относится кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях. При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии этих состояний $\Delta U = U_2 - U_1$. Введем понятие **числа степеней свободы *i*** – числа независимых переменных (координат), определяющих положение системы в пространстве.

Молекулу одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, которой приписывают три степени свободы поступательного движения. Двухатомная молекула кроме трех степеней свободы имеет еще две степени свободы вращательного движения, вокруг оси, проходящей через центры атомов.

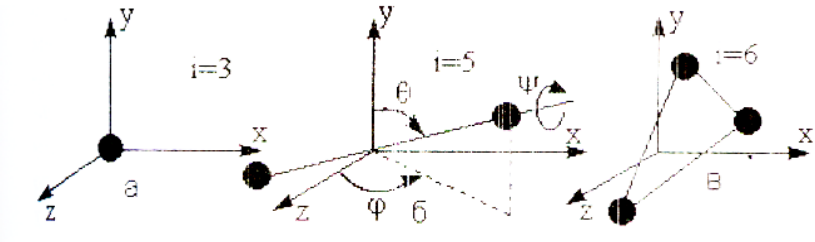


Рис.22. Степени свободы: а – одноатомной молекулы; б – двухатомной молекулы; в – трех- и многоатомной молекулы.

Трех и многоатомные молекулы имеют 6 степеней свободы – три поступательного движения и три вращательного. Для реальных молекул следует учитывать степень свободы колебательного движения. Три степени поступательного движения, и ни одна из них не имеет преимуществ перед другими. Поэтому на каждую степень свободы приходится одинаковая энергия, равная 1/3 $\langle E_0 \rangle$

$$E_i = \frac{\langle E_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2}\mathrm{k}T$$

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится в среднем кинетическая энергия $\mathrm{k}T/2$, а на каждую колебательную – kT. На колебательную степень свободы приходится кинетическая и потенциальная энергии.

Таким образом, энергия молекулы $< E_0 >= \dfrac{i \cdot \mathrm{k} \cdot T}{2}$

Внутренняя энергия одного моля равна $\mathrm{U}_M = \dfrac{iRT}{2}$

Для массы газа m $\mathrm{U} = \nu \dfrac{i \cdot R \cdot T}{2}$, где ν – число молей (количество вещества).

Первое начало термодинамики

Изменить внутреннюю энергию термодинамической системы можно двумя способами: путем совершения работы и путем теплообмена.

В любом случае: $\Delta\mathrm{U}=\mathrm{U}_2 - \mathrm{U}_1$ $\Delta\mathrm{U}=\mathrm{Q}_2 - \mathrm{Q}_1$

Работа считается положительной, если она совершается против внешних сил

$\mathrm{Q} = \Delta\mathrm{U} + \mathrm{A}$ – первое начало термодинамики – теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и совершение работы против внешних сил – есть **закон сохранения энергии**.

Дифференциальная форма этого закона: $\delta\mathrm{Q} = d\mathrm{U} + \delta A$

где $\delta\mathrm{Q}$ – бесконечно малое количество теплоты; $d\mathrm{U}$ – бесконечно малое изменение энергии; δA – элементарная работа.

Найдем работу, совершаемую газом при расширении. Рассмотрим газ, находящийся под площадью S в цилиндрическом сосуде. Газ, расширяясь совершает работу $\delta A = Fdl = pSdl = pdV$, где F – сила, с которой газ действует на поршень, dl –перемещение поршня. Произведенную работу можно изобразить графически с помощью кривой в координатах p и V.

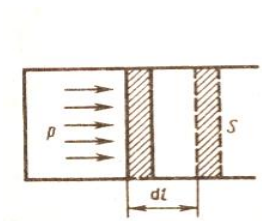


Рис.23

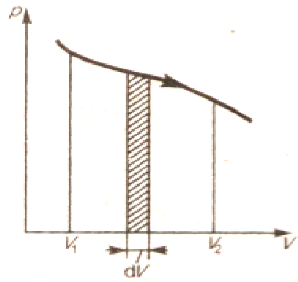


Рис.24

Элементарная работа равна pdV. Полная работа равна площади фигуры, ограниченной осью абсцисс, кривой $p(V)$ и прямыми V_1 и V_2 или $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} pdV$.

Теплоемкость

Удельная теплоемкость – физическая величина численно равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К.

$$C = \frac{\delta Q}{mdT}, \ [\text{Дж/кг}\cdot\text{К}]$$

Молярная теплоемкость – физическая величина, численно равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К. Единица измерения [Дж/моль К].

Удельная теплоемкость связана с молярной C_m соотношением

$$C_m = c \cdot M,$$

где M – молярная масса вещества.

В зависимости от условий нагревания различают теплоемкость при постоянном объеме и постоянном давлении.

Запишем первое начало термодинамики для 1 моля вещества с учетом уравнения Клапейрона-Менделеева, приведенного в дифференциальной форме ($pdV_m = RdT$)

$$C_m dT = d\mathrm{U}_m + pdV_m$$

При постоянном объеме работа равна нулю и

$$C_V = \frac{d\mathrm{U}_m}{dT}$$

Используя формулу внутренней энергии для одного моля

($U_m = \frac{i}{2}RT$), получили $\qquad C_V = \frac{i}{2}R$

Если газ нагревается при постоянном давлении

$$C_p = \frac{d\mathrm{U}_m}{dT} + p\frac{dV_m}{dT} \quad \text{и} \quad C_p = \frac{i}{2}R + R$$

Получили уравнение Майера. C_p больше C_v на R – универсальную газовую постоянную.

При постоянном объеме теплота идет только на увеличение внутренней энергии, при постоянном давлении – на увеличение внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил.

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

При изопроцессах в термодинамической системе один из параметров остается постоянным.

Изохорный процесс (*V*=const). При изохорном процессе газ не совершает работы против внешних сил $(\delta A = p\Delta V = 0)$. Вся теплота идет на увеличение внутренней энергии $(\delta Q = dU)$

$$\delta Q = dU_m = C_V dT$$

Для произвольной массы газа получим $\delta Q = \frac{m}{M} C_V dT$

Изобарный процесс (*p* = const). При изобарном процессе работа газа при расширении равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p((V_2 - V_1)$$

Если использовать уравнение Клапейрона – Менделеева для двух состояний, то

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1; \quad pV_2 = \frac{m}{M} RT_2, \text{ откуда } (V_2 - V_1) = \frac{m}{pM} R(T_2 - T_1)$$

Тогда работа равна $A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$

Из этого равенства можно определить физический смысл универсальной газовой постоянной ***R*** – она равна работе изобарного расширения 1 моля идеального газа при нагревании его на 1 К.

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p dT$$

Изотермический процесс (T=const). Найдем работу при изотермическом расширении

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_1}{V_2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Так как T=const, внутренняя энергия газа не изменяется

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT = 0 \qquad \delta Q = \delta A,$$

т.е. все тепло, сообщаемое системе, идет на совершение работы

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Адиабатический процесс. Процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой (δQ=0) Q=const. Первое начало термодинамики имеет вид:

$$\delta A = -dU$$

т.е. работа совершается за счет внутренней энергии газа. Если газ расширяется $\delta A > 0$; $dU < 0$, температура понижается. Если происходит сжатие газа, то $\delta A < 0$ и $dU > 0$, работу над газом совершают внешние силы, температура газа повышается. Уравнение адиабатического процесса имеет вид:

$$pV^{\gamma} = const \text{ (уравнение Пуассона),}$$

где $\gamma = C_p/C_v$ – коэффициент Пуассона или показатель адиабаты. Теплоемкость при адиабатическом процессе равна нулю $(\delta Q = 0)$.

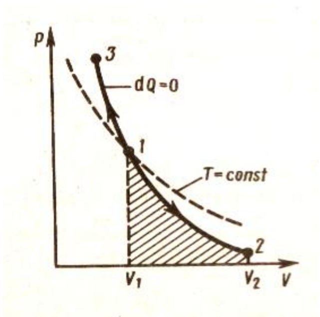


Диаграмма этого процесса (адиабата) в координатах (p, V) изображается гиперболой, более крутой, чем изотерма. При адиабатическом сжатии происходит увеличение давления не только за счет уменьшения объема, но и за счет увеличения температуры.

Работа при адиабатическом расширении от V_1 до V_2:

рис.25

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2), \text{ или}$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Задача 1. Найти удельную теплоемкость при постоянном объеме некоторого многоатомного газа, если известно, что плотность этого газа при нормальных условиях равна 0,795 кг/м^3.

Дано: $\rho = 0{,}795$ кг/м^3; p=1,013$\cdot$10^{5}Па; T = 273К

Найти: C_V – ?

Решение: Удельная теплоемкость при постоянном объеме определяется формулой:

$$C_V = \frac{R\,i}{2\,M}$$

где, i – число степеней свободы, R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса газа.

Плотность идеального газа находим из уравнений Клапейрона-Менделеева $\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$

Получим $C_V = \frac{R_i\,p}{2\rho RT} = \frac{p_i}{2\rho T}$

Число степеней свободы для многоатомного газа i=6

Вычислим $C_V = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 6}{2 \cdot 0{,}795 \cdot 273}\,\frac{Дж}{кг \cdot К} = 1{,}4 \cdot 10^3\,\frac{Дж}{кг \cdot К}$

Задача 2. Какое количество теплоты поглощают 200г водорода, нагреваясь от 0 до 100 ^{0}C при постоянном давлении? Каков прирост внутренней энергии? Какую работу совершает газ?

Дано: m =0,2кг; M = 2$\cdot$10^{-3}кг/моль; T_1=273К; T_2=373К

Найти: Q, ΔU, A – ?

Решение: Количество теплоты Q, поглощаемое газом при изобарическом процессе нагревании, определяется по формуле

$$Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T$$

где m – масса нагреваемого газа; $C_р$ – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; ΔT = $(T_1 - T_2)$ – изменение температуры газа.

Известно, что $$C_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}\Delta T$$

где i – число степеней свободы, для двухатомного газа i=5;
M – молярная масса; R – универсальная газовая постоянная

$$Q = m\frac{i+2}{2}\frac{R}{M}\Delta T$$

Вычислим $$Q = \frac{0{,}2(5+2)\cdot 8{,}31\cdot 100}{2\cdot 2\cdot 10^{-3}}\,Дж = 2{,}91\cdot 10^5\,Дж$$

Внутренняя энергия газа определяется формулой

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT$$

Изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$$

Подставим числовые значения

$$\Delta U = \frac{5\cdot 0{,}2\cdot 8{,}31\cdot 100}{2\cdot 2\cdot 10^{-3}}\,Дж = 2{,}08\cdot 10^5\,Дж$$

По первому началу термодинамики определяется работа, совершаемая газом $A = Q - \Delta U$

Найдем числовые значения

$$A = \left(2{,}91\cdot 10^5 - 2{,}08\cdot 10^5\right)Дж = 0{,}83\cdot 10^5\,Дж$$

Задача 3. Используя функцию распределения молекул идеального газа по относительным скоростям

$f(u)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}\cdot u^2 \qquad (u=\frac{v}{v_в})$, определить число молекул, скорости v которых меньше 0,002 наиболее вероятной скорости, если в объеме газа содержится N=1,64 $\cdot 10^{24}$ молекул.

Дано: $f(u)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}\cdot u^2 \qquad (u=\frac{v}{v_в})$, v_{max}= 0,002$\cdot$ $v_В$; N=1,64 $\cdot 10^{24}$

Найти: ΔN – ?

Решение: Число $dN(u)$ молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от $u+du$

$$dN(u)=N\ f(u)du=\frac{4N}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u^2du \qquad (1)$$

где N – число молекул в объеме газа.

По условиям задачи, v_{max}= 0,002 $v_В$, то $u_{max}=v_{max}/v_В=0{,}002$.

Так как u<<1 то $e^{-u^2}\approx 1-u^2$. Пренебрегая u^2<<1, выражение (1) можно записать в виде

$$dN(u)=\frac{4N}{\sqrt{\pi}}u^2du \qquad (2)$$

Проинтегрировав (2) по u в пределах от 0 до u_{max} , найдем

$$\Delta N=\frac{4N}{\sqrt{\pi}}\int_0^{u_{max}}u^2du=\frac{4N}{3\sqrt{\pi}}u_{max}^3$$

Вычислим

$$\Delta N=\frac{4\cdot 1{,}67\cdot 10^{24}\cdot 0{,}002^3}{3\sqrt{3{,}14}}=10^{16}\ молекул$$

<u>**Задача 4.**</u> Определить во сколько раз отличается коэффициент диффузии азота (M_1=28$\cdot 10^{-3}$ кг/моль) и углекислого газа (M_2=44$\cdot 10^{-3}$ кг/моль), если оба газа находятся при одинаковых температуре и давлении. Эффективные диаметры этих газов считать одинаковыми.

Дано: M_1=28 $\cdot 10^{-3}$ кг/моль; M_2=44 $\cdot 10^{-3}$ кг/моль; $T_1=T_2$; $p_1=p_2$; $d_1=d_2$

Найти: D_1/D_2 – ?

Решение: Коэффициент диффузии газа $D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\langle l\rangle$ (1)

где $\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ средняя арифметическая скорость его молекул; $\langle l\rangle = \frac{1}{(\sqrt{2}\pi d^2 n)}$ – средняя длина свободного пробега молекул. Поскольку $p = nkT$, из условия задачи ($p_1=p_2$, $T_1=T_2$), следует, что $n_1=n_2$. Подставив значения $\langle v\rangle, \langle l\rangle$ в формулу (1) и учитывая условия задачи, найдем D_1/D_2 :

$$\frac{D_1}{D_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\text{ , вычисляем }\quad \frac{D_1}{D_2} = \sqrt{\frac{44}{28}} = 1{,}25$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатика изучает взаимодействие неподвижных электрических зарядов, заряженных тел и полей.

Электрические заряды.
Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона

Способность частиц (или тел) к электромагнитному взаимодействию характеризует *электрический заряд*. Существуют два вида электрических зарядов – *положительные* и *отрицательные*. Электрический заряд *дискретен* – кратен элементарному заряду $q=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл (заряд электрона, протона), т.е. заряд любого тела равен целому числу элементарных зарядов. Единица измерения заряда – *кулон* (Кл).

По наличию свободных зарядов все тела делятся на *проводники, диэлектрики и полупроводники*.

Из опытных данных установлен фундаментальный закон природы – *закон сохранения заряда*: ***алгебраическая сумма***

электрических зарядов любой электрически замкнутой системы остается неизменной $\sum_{i=1}^{n} q_i = const$.

Электрически замкнутой является *система*, не обменивающаяся зарядами с внешними заряженными телами.

Закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов экспериментально был открыт французским физиком Ш.Кулоном.

Если линейные размеры заряженного тела пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, то его можно считать *точечным*.

Закон Кулона: ***сила электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме прямо пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними***:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Величина ε_0 называется *электрической постоянной,* $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2).

Силы взаимодействия между точечными зарядами направлены вдоль прямой, соединяющей заряды (*центральные силы).* Для разноименных зарядов это силы притяжения, а для одноименных – силы отталкивания.

Если заряды поместить в среду (керосин, масло), то эта сила уменьшится в ε раз, где ε – *относительная диэлектрическая проницаемость*, или *диэлектрическая проницаемость среды,* ε>0. Для воздуха и вакуума ε = 1. С учетом ε закон Кулона записывается в виде

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}.$$

Электростатическое поле и его напряженность. Принцип суперпозиции электростатических полей

Вокруг неподвижного заряда создается *электростатическое поле*, которое может проявить себя по силовому воздействию на заряженную частицу.

Силовой характеристикой электростатического поля является *напряженность* ***E***.

Вектор E численно равен силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, и направлен в сторону действия силы: $\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$.

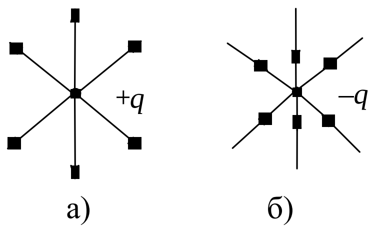


рис.23. *Линии напряженности точечных зарядов:* а) *положительного;* б) *отрицательного*

Так как $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{\varepsilon r^2}$, то $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$.

Единицей напряженности электрического поля является вольт на метр (В/м), 1 В/м = 1 Н/Кл.

Для большей наглядности электростатическое поле представляют непрерывными *линиями напряженности* или *силовыми линиями* (рис.23).

Силовыми линиями называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности поля. Если в какую-либо точку этого поля поместить пробный заряд q_0, то на него со стороны зарядов q_1, q_2,..., q_n будут действовать кулоновские силы $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ..., $\boldsymbol{F}_n$.

Согласно принципу независимости действия сил, равнодействующая сила $\boldsymbol{F}$ равна их векторной сумме:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + ... + \boldsymbol{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i \ .$$

Учитывая определение напряженности поля, можно сформулировать *принцип суперпозиции напряженности электростатических полей.*

Напряженность электростатического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из этих зарядов в отдельности:

$$\boldsymbol{E} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i \ .$$

Поток вектора напряженности электростатического поля. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{E}$ и $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ называется *потоком вектора напряженности* $\mathrm{d}\Phi_E$ через площадку $\mathrm{d}S$ (рис. 1.2.): $\mathrm{d}\Phi_E = \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = E\cdot\mathrm{d}S\cos\alpha = E_n\mathrm{d}S$, где α – угол между векторами $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{E}$; $E_n = E\cos\alpha$ – проекция вектора $\boldsymbol{E}$ на нормаль $\boldsymbol{n}$ к площадке $\mathrm{d}S$.

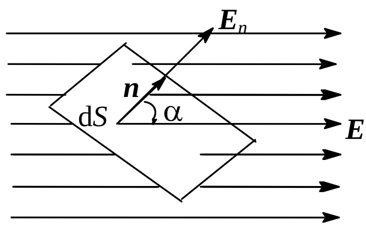


рис.24. *Поток вектора* $\boldsymbol{E}$

Если плоская поверхность S перпендикулярна силовым линиям однородного электрического поля, то поток напряженности через нее

$$\Phi_E = E\cdot S.$$

Для неоднородных полей поток напряженности поля через всю поверхность представится суммой элементарных потоков:

$$\Phi_E = \int_S \mathrm{d}\Phi_E = \int_S E\mathrm{d}S \; .$$

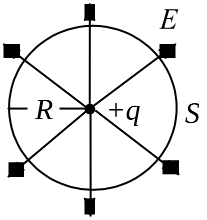


рис.25. *К выводу теоремы Гаусса*

Единицей измерения потока вектора напряженности электростатического поля является *вольт-метр* (В·м). Поток вектора напряженности электростатического поля зарядов q в вакууме (ε = 1) через сферическую поверхности радиусом R, охватывающую этот заряд, находящийся в ее центре (рис.25):

$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S \; ,$$

Во всех точках сферы $|\boldsymbol{E}|$ одинакова, и силовые линии перпендикулярны поверхности. Следовательно, $E_n = E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$. Площадь поверхности сферы равна $4\pi R^2$. Отсюда

$$\Phi_E = \int_0^{4\pi R^2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\mathrm{d}S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \; .$$

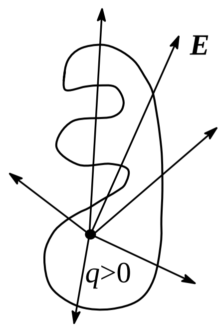


рис.26. *Теорема Гаусса для замкнутой складчатой поверхности*

На рис. 26 представлена произвольная замкнутая поверхность, охватывающая заряд q>0. Некоторые линии напряженности то выходят из поверхности, то входят в нее. Нечетное число пересечений сводится к одному: линии, выходящие из поверхности – положительные, а линии, входящие – отрицательные. Если замкнутая поверхность не охватывает заряд, то Φ_E = 0. Если замкнутая поверхность охватывает несколько зарядов, то

$$\Phi_E = \oint_S \left(\sum_{i=1}^{m} E_{in} \right) \mathrm{d}S = \sum_{i=1}^{m} \oint_S E_{in} \mathrm{d}S = \sum_{i=1}^{m} \frac{q_i}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{m} q_i .$$

Поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную $\boldsymbol{\varepsilon_0}$**.**

Эта формулировка представляет собой теорему К. Гаусса.

Применяя теорему Гаусса, можно определить напряженности полей, создаваемых заряженными телами различной формы:

1) напряженность поля равномерной бесконечной плоскости $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$;

2) напряженность поля двух бесконечных равномерно заряженных плоскостей $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$;

3) напряженность поля заряженной сферической поверхности $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$,

где величина $\sigma = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S}$ называется *поверхностной плотностью заряда*.

Работа сил электростатического поля при перемещении заряда. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Потенциальная энергия и потенциал электростатического поля

При перемещении заряда в электростатическом поле действующие на заряд кулоновские силы совершают работу. Пусть точечный заряд $q_0 > 0$ перемещается в поле другого точечного заряда $q > 0$ из точки С в точку В вдоль произвольной траектории (рис.27). При элементарном перемещении заряда на dl эта сила совершает работу dA:

$$\mathrm{d}A = \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = F\mathrm{d}l\cos\alpha,$$

где α – угол между векторами $\boldsymbol{F}$ и d$\boldsymbol{l}$; $\mathrm{d}l\cos\alpha = \mathrm{d}r$ – проекция вектора d$\boldsymbol{l}$ на направление силы $\boldsymbol{F}$. Таким образом,

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}r,\ \mathrm{d}A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\mathrm{d}r\ .$$

Полная работа по перемещению заряда q_0 из точки С в точку В определяется интегралом

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}qq_0\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

где r_1 и r_2 – расстояния от заряда q до точек С и В. Из полученной формулы следует, что работа, совершаемая при перемещении заряда q_0 в поле заряда q, *не зависит от формы траектории движения, а зависит только от начального и конечного положений заряда*. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда – *потенциальное*, а действующие в нем силы – *консервативные*.

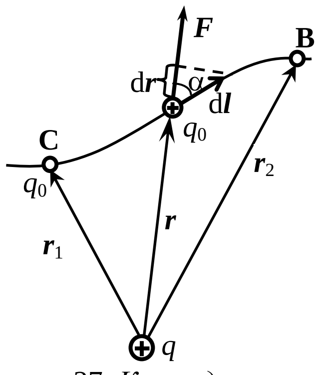


рис.27. *К определению работы перемещения заряда в электростатическом поле*

Работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L, равна нулю, т.е. $\oint_L \mathrm{d}A = 0 = \oint_L q_0 \bar{E} d\bar{l} = 0$ Так как $\mathrm{d}A$ = $\boldsymbol{F}\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ и $\boldsymbol{F}$ = $\boldsymbol{E}q_0$, то $\mathrm{d}A$ = $q_0\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l}$. Отсюда получаем $\oint_L q_0 \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$. Если заряд q_0 является единичным положительным точечным, то получим

$$\oint_L \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \oint_L E\cos\alpha\mathrm{d}l = \oint_L E_l \mathrm{d}l = 0,$$

где E_l = $E\cos\alpha$ – проекция вектора E на направление элементарного перемещения $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$. Интеграл $\oint_L \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ называется *циркуляцией вектора напряженности*. Таким образом, *циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю*. Это заключение справедливо для потенциального поля.

Работа в таком поле совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$A = -\Delta W_\text{п} = W_{\text{п}1} - W_{\text{п}2}.$$

Используя формулу работы силы электростатического поля по перемещению заряда, получим

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q q_0 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = W_{\text{п}1} - W_{\text{п}2}.$$

Анализируя полученное выражение, можно сделать вывод, что потенциальная энергия точечного заряда q_0 в поле заряда q равна

$$W_\text{П} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r}.$$

Если поле создано системой зарядов q_1, q_2, ..., q_n, то потенциальная энергия заряда q_0:

$$W_{\Pi} = \sum_{i=1}^{n} W_{\Pi i} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}.$$

Потенциальная энергия заряда q_0 зависит от его величины. Однако отношение потенциальной энергии заряда q_0 к его величине является постоянным для данной точки поля и может служить *энергетической* характеристикой данной точки поля. Отношение $\frac{W_{\Pi}}{q_0}$ называется *потенциалом электростатического поля* φ:

$$\varphi = \frac{W_{\Pi}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

Потенциал φ – *скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля.*

Ранее было записано $A = W_{п1} - W_{п2}$. Так как $W_{п1} = \varphi_1 q_0$ и $W_{п2} = \varphi_2 q_0$, то $A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$ и $\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A}{q_0}$.

Разность потенциалов $\Delta\varphi$ *двух точек поля численно равна работе сил поля по перемещению единичного положительного заряда из точки* 1 *в точку* 2.

Если заряд q_0 перемещать из какой-либо точки поля в бесконечность, то $r_2 \to \infty$, $W_{п2} = 0$ и $\varphi_2 = 0$. Тогда работа A_∞ по перемещению заряда q_0 в бесконечность:

$$A_\infty = q_0\,\varphi_1, \quad \varphi_1 = \frac{A_\infty}{q_0}.$$

Потенциал точки поля численно равен работе, совершаемой электрическими силами при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Потенциал точки поля системы зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$ равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

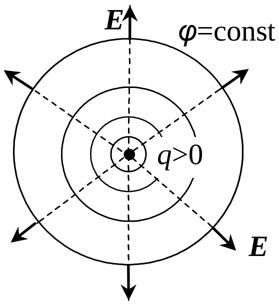


рис.27. *Эквипотенциальные поверхности (сплошные линии) и силовые линии (пунктирные линии) поля точечного положительного заряда*

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}.$$

Единицей потенциала является вольт (В).

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются *эквипотенциальными поверхностями – поверхностями, потенциал всех точек которых одинаков.* Если поле создано точечным зарядом, эквипотенциальные поверхности в данном случае – концентрические сферы, а линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (рис.27).

Электроемкость проводников и конденсаторов

Уединенным называется проводник, вблизи которого нет других заряженных тел, диэлектриков, которые могли бы повлиять на распределение зарядов данного проводника.

Отношение величины заряда к потенциалу для конкретного проводника есть величина постоянная, называемая *электроемкостью* (*емкостью*) *C*:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Электроемкость уединенного проводника численно равна заряду, который необходимо сообщить проводнику, чтобы изменить его потенциал на единицу. За единицу емкости принимается 1 фарад (Ф) – 1 Ф.

Емкость шара $C = \dfrac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$.

Устройства, обладающие способностью накапливать значительные заряды, называются *конденсаторами.* Конденсатор состоит из двух проводников, разделенных диэлектриком. Электрическое поле сосредоточено между обкладками, а связанные заряды диэлектрика ослабляют его, т.е. понижают потенциал, что приводит к большему накоплению зарядов на пластинах конденсатора. Емкость плоского конденсатора численно равна $C = \dfrac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$.

Для варьирования значений электроемкости конденсаторы соединяют в батареи. При этом используется их параллельное и последовательное соединения.

При параллельном соединении конденсаторов разность потенциалов на обкладках всех конденсаторов одинакова и равна ($\varphi_A - \varphi_B$). Общий заряд конденсаторов равен

$$q_{AB} = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} (\varphi_A - \varphi_B) C_i = (\varphi_A - \varphi_B) \sum_{i=1}^{n} C_i .$$

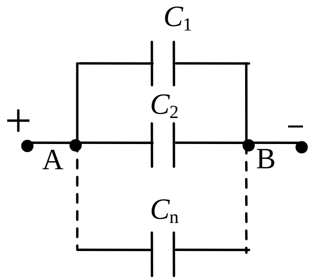


рис.28. *Параллельное соединение конденсаторов*

Полная емкость батареи (рис.28) $C = \dfrac{q_{AB}}{\varphi_A - \varphi_B} = \sum_{i=1}^{n} C_i$ равна *сумме емкостей всех конденсаторов*; конденсаторы включаются параллельно, когда требуется увеличить емкость и, следовательно, накапливаемый заряд.

При последовательном соединении конденсаторов общий заряд q_{AB} равен зарядам отдельных конденсаторов $q_{AB} = q_i = const$, а общая разность потенциалов равна (рис.29)

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i\ ,\ \ \Delta\varphi_i = \frac{q}{C_i}\, ,\Delta\varphi = \frac{q}{C} = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i} = q\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}\, .$$

Отсюда $\dfrac{1}{C} = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{C_i}$.

При последовательном соединении конденсаторов обратная величина результирующей емкости равна сумме обратных величин емкостей всех конденсаторов. Результирующая емкость получается всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

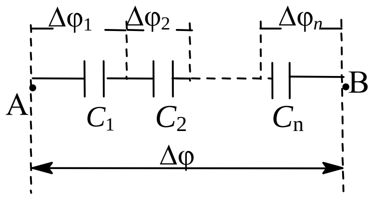


рис.29. *Последовательное соединение конденсаторов*

Энергия заряженного уединенного проводника, конденсатора. Энергия электростатического поля

Энергия заряженного проводника численно равна работе, которую должны совершить внешние силы для его зарядки: $W = A$. При перенесении заряда $\mathrm{d}q$ из бесконечности на проводник совершается работа $\mathrm{d}A$ против сил электростатического поля (по преодолению кулоновских сил отталкивания между одноименными зарядами): $\mathrm{d}A = \varphi \mathrm{d}q = C\varphi \mathrm{d}\varphi$.

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до потенциала φ, потребуется работа

$$A = \int_0^{\varphi} \mathrm{d}A = \int_0^{\varphi} C\varphi \mathrm{d}\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}\ .$$

Итак, энергия заряженного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}\, .$$

Выражение $\frac{C\varphi^2}{2}$ принято называть *собственной энергией заряженного проводника*. Энергия заряженного плоского конденсатора:

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2},$$

где $\Delta\varphi$ – разность потенциалов его обкладок.

Энергия электростатического поля $W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V$,

Объемная плотность энергии, т.е. энергия единицы объема $\omega = W / V$: $\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$.

Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков

В диэлектрике молекулы нейтральные, т.е. сумма всех положительных зарядов равна сумме всех отрицательных зарядов.

Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным положительным зарядом $+q$, находящимся в центре тяжести положительных зарядов, и заряд всех электронов – суммарным отрицательным зарядом $-q$, находящимся в центре тяжести отрицательных зарядов, то молекулу можно рассматривать как *электрический диполь* с *электрическим моментом* $p = q \cdot l$.

Диполь – система двух разноименных, одинаковых по величине зарядов, расположенных на некотором расстоянии l, называемом плечом диполя.

Внесение диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика. Это явление называется *поляризацией*.

Различают три вида диэлектриков:

1. К первой группе относятся вещества (H_2, O_2, C_2), в молекулах которых центры тяжести положительных и отрицательных зарядов молекул совпадают. Такие диэлектрики называются *неполярными*. Под действием электрического поля заряды неполярных молекул смещаются, и молекула приобретает дипольный момент в результате деформации электронных орбит. Этому типу соответствует *электронная,* или *деформационная*, *поляризация*.

2. Вторая группа диэлектриков (H_2O, SO_2, CO) представляет собой вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение, центры тяжести положительных и отрицательных зарядов молекул не совпадают. Такие молекулы называют *полярными*. В целом диэлектрик не обладает дипольным моментом вследствие теплового движения частиц. При внесении таких диэлектриков во внешнее электрическое поле молекулы, обладающие дипольным моментом, испытывают *ориентационную* или *дипольную поляризацию* (положительные заряды диполя ориентируются по направлению вектора $\vec{E}$, отрицательные – против поля).

3. К третьей группе относятся ($NaCl$, KCl, KBr) вещества, имеющие ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В кристаллах нельзя рассматривать одну молекулу, а необходимо рассматривать кристалл как систему двух вдвинутых одна в другую подрешеток. При внесении во внешнее электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$ данная группа диэлектриков испытывает смещение ионных подрешеток, и возникает дипольный момент. Положительные ионы ориентируются вдоль поля, отрицательные – против поля. Такая поляризация называется *ионной*.

Особый класс диэлектриков составляют *сегнетоэлектрики*, молекулы которых обладают дипольным моментом в отсутствие внешнего электрического поля. Они имеют мозаичное строение и состоят из доменов – областей, обладающих дипольным моментом. В целом образец не обладает дипольным моментом вследствие теплового движения частиц. При внесении во внешнее электрическое поле их поляризованность $\vec{P}$ зависит от $\vec{E}$, и наблюдается гистерезис – нелинейная зависимость $\vec{P}$ от $\vec{E}$. При температуре $T_к$, называемой точкой Кюри, сегнетоэлектрик теряет свои особые свойства.

Напряженность поля в диэлектрике. Поляризованность и диэлектрическая восприимчивость диэлектриков

Рассмотрим влияние внешнего электрического поля на диэлектрик. Для этого поместим пластину диэлектрика между двумя заряженными пластинами с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$ и $-\sigma$ (рис.30). Под действием электрического поля на гранях пластинки диэлектрика появляются связанные заряды $+\sigma'$ и $-\sigma'$, т.е. он поляризуется – приобретает дипольный момент. Вектор напряженности электрического поля внутри диэлектрика $\vec{E}'$ направлен против $\vec{E}_0$ внешнего поля.

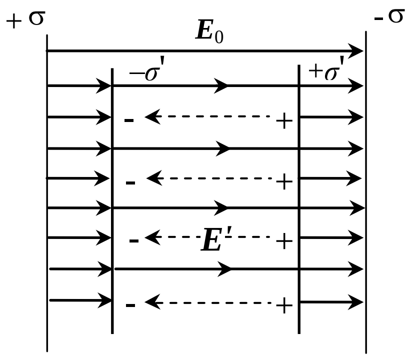


рис.30. *К вычислению электростатического поля в диэлектрике*

Дипольный момент диэлектрика складывается из дипольных моментов всех молекул $\vec{P}_V = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i$, где P_i – дипольный момент одной молекулы. *Поляризованность* диэлектрика – величина, равная дипольному моменту единицы объема: $\vec{P} = \vec{P}_V / V$. Экспериментально обнаружено, что поляризованность зависит от напряженности E электрического поля: $\vec{P} = æ\,\varepsilon_0 \cdot \vec{E}$, где æ – *диэлектрическая восприимчивость*.

Результирующая величина $\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}'$, т.к. часть линий напряженности внешнего поля $\vec{E}_0$ обрывается при взаимодействии со связанными зарядами диэлектрика σ'.

Дипольный момент диэлектрика $\vec{P}_V = \vec{P} \cdot V = \vec{P} \cdot S \cdot d$, где d – толщина пластинки диэлектрика, S – площадь пластинки диэлектрика. С другой стороны, $\vec{P}_V = q' \cdot d$, где $q' = \sigma' \cdot S$ – связанный заряд на пластине диэлектрика; $\vec{P}_V = \sigma' \cdot S \cdot d$.

$E = E_0 - \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \dfrac{P}{\varepsilon_0} = E_0 -$ æ $\dfrac{\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 -$ æ E, $E = E_0 /(1+$ æ$) = E_0 / \varepsilon$,

где ε – *диэлектрическая проницаемость среды.* Соотношение $\varepsilon = 1 +$ æ установлено экспериментально. Диэлектрик ослабляет электрическое поле в ε раз. Таким образом, диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз напряженность внешнего поля уменьшается в диэлектрике, а также количественно характеризует способность диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрический ток, сила и плотность тока

Всякое упорядоченное движение электрических зарядов называется *электрическим током*. Для его существования необходимо выполнение двух условий: *наличие свободных зарядов и разности потенциалов на концах проводника.*

Основными характеристиками электрического тока являются: 1) *сила тока* $I = dq/dt$, для постоянного тока $I = q/t$, т.е. величина, численно равная заряду, проходящему за единицу времени через поперечное сечение проводника. Единица измерения 1А (ампер) – 1Кл/с; 2) *плотность тока* $j = dI/dS$; $I = \int\limits_S jdS$. Для постоянного тока плотность тока равна заряду, проходящему через единицу поперечного сечения проводника за единицу времени. Единица измерения А/м^2.

Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение

Для поддержания разности потенциалов $\Delta\varphi$ на концах проводника, т.е. непрерывного протекания тока по нему, используются устройства, называемые источниками тока. Силы, действующие в них, неэлектрического происхождения, и называются *сторонними силами* (химических реакций, механические, магнитные и др.). Силы гальванических элементов, аккумуляторов, динамомашин и т.д., совершают работу по перемещению электрических зарядов в проводниках и характеризуются *электродвижущей силой* (э.д.с.):

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q}.$$

Э.д.с. численно равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда из одной точки цепи в другую.

В электрических цепях кроме сторонних сил действуют силы электростатического поля – кулоновские силы:

$$\vec{F} = \vec{F}_{стор} + \vec{F}_{кул} = q(\vec{E}_{стор} + \vec{E}_{кул})$$

Работа, совершаемая результирующей силой

$$A_{1,2} = q\int \vec{E}_{стор} dl + q\int \vec{E}_{кул} dl \text{ или } A_{1,2} = q\varepsilon + q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Работа, совершаемая сторонними и кулоновскими силами по перемещению единичного положительного заряда из одной точки цепи в другую, называется *напряжением* U. В системе единиц СИ напряжение и э.д.с. измеряется в вольтах (В).

Закон Ома.
Сопротивление проводников и их соединения

Немецкий ученый Ом экспериментально установил, что сила тока I, текущего по проводнику, прямо пропорциональна напряжению U на концах его и обратно пропорциональна некоторой величине R, называемой *сопротивлением*. Сопротивление проводника зависит от его физических свойств и размеров: $R = \rho \dfrac{l}{S}$, где l – длина, S – площадь поперечного сечения проводника, ρ – удельное сопротивление, зависящее от материала из которого изготовлен проводник. Единица измерения его – Ом·м. Существует еще одна характеристика проводника – *электропроводимость*, обратная ρ: $\gamma = 1/\rho$.

Закон Ома для участка цепи записывается следующим образом:

$$I = U/R.$$

Если подставить значение *R*, в закон Ома $I = \dfrac{U}{\rho \cdot l/S}$ и разделить на площадь поперечного сечения *S*, то получим плотность тока $j = \dfrac{I}{S} = \dfrac{1}{\rho} \cdot \dfrac{U}{l}$, т.к. $\dfrac{U}{l} = E$, следовательно $j = \gamma \cdot E$. Полученное выражение есть *закон Ома в дифференциальной форме*.

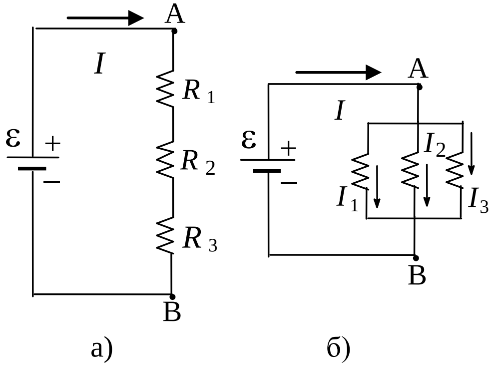


рис.31. *Соединение сопротивлений* R_1, R_2, R_3: а) *последовательное*; б) *параллельное*

Большинство электрических цепей содержат комбинацию последовательно или параллельно подключенных резисторов. При *последовательном* соединении сопротивлений (рис.31а) сила тока $I = const$, а напряжение на концах цепи U_{AB} равно сумме падений напряжения на отдельных ее участках.

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3; \quad I \cdot R_{об} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3,$$

откуда $R_{об} = R_1 + R_2 + R_3$ – при последовательном соединении общее сопротивление равно сумме сопротивлений

$$R_{\text{полн}} = \sum_{i=1}^{n} R_i \, .$$

При *параллельном* соединении сопротивлений остается постоянным падение напряжения на отдельных участках цепи $U_{AB} = U_1 = U_2 = U_3$, а сила тока I равна сумме токов, протекающих по отдельным участкам (рис.31б).

$$I = I_1 + I_2 + I_3; \quad \frac{U_{AB}}{R_{об}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \text{ или } \frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Таким образом, величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме обратных величин сопротивлений отдельных участков цепи

$$\frac{1}{R_{\text{полн}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$

Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U. При этом сторонние и кулоновские силы совершают работу над носителями тока. За время Δt по проводнику пройдет заряд $dq = I \cdot dt$.

$$dA = U \cdot dq = I \cdot R \cdot dq = I^2 \cdot Rdt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Единица измерения работы – 1 *Джоуль* – 1 Дж.

Мощность тока $N = \frac{dA}{dt} = I^2 R = \frac{U^2}{R}$. Единица измерения мощности 1 *Ватт* – 1 Вт.

Если ток идет по неподвижному проводнику, то вся работа идет на его нагревание, и по закону сохранения и превращения энергии $dA = dQ = I^2 \cdot Rdt$. Это выражение представляет собой *закон Джоуля-Ленца*. Дифференциальная форма закона Джоуля-Ленца: $\omega = \gamma E^2$, где ω – удельная тепловая мощность.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую э.д.с. на участке 1-2 обозначим как ε_{12}, а приложенную на концах разность потенциалов – через $\varphi_1 – \varphi_2$ (рис.2.2). Если ток проходит по неподвижным проводам, то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока по закону сохранения и превращения энергии, равна теплоте, выделяющейся на участке 1-2.

$$A_{12} = q\varepsilon_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2) = Q$$

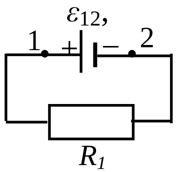


рис.32. *Неоднородный участок цепи*

За время t в проводнике выделится количество теплоты $Q = I^2Rt = IR(I \cdot t) = IRq$. Из сравнения этих формул $Q = A$, получаем $I = \dfrac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R}$. Это выражение представляет собой *закон Ома для неоднородного участка*, или *обобщенный закон Ома*.

Если на участке цепи источник тока отсутствует $(\varepsilon_{12} = 0)$, то из обобщенного закона Ома получаем *закон Ома для однородного участка цепи*: $I = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \dfrac{U}{R}$;

Если электрическая цепь замкнута, то $\Delta\varphi = 0$ (т.к. $\varphi_1 = \varphi_2$), тогда из обобщенного закона Ома следует *закон Ома для замкнутой цепи*: $I = \dfrac{\varepsilon_{12}}{R} = \dfrac{\varepsilon_{12}}{R_1 + r}$,

где R – суммарное сопротивление всей цепи, R_1 – сопротивление внешней цепи, r – внутреннее сопротивление источника тока.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Обобщенный закон Ома позволяет рассчитать практически любую электрическую цепь, однако для разветвленных цепей расчет сильно усложняется. *Разветвленная* электрическая цепь состоит из нескольких замкнутых контуров, имеющих общие участки, и каждый контур может иметь несколько э.д.с. Расчет таких цепей значительно упрощается при использовании двух правил Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 .$$

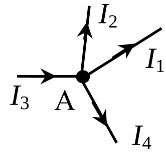


рис.33. *Узел*

Узлом называется точка цепи, где сходятся более двух проводов. Токи, идущие к узлу, положительны (+), выходящие из узла – отрицательны (–). Например, для узла А (рис.33) первое правило Кирхгофа запишется так: $I_3 - I_1 - I_2 - I_4 = 0$.

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков контура равна алгебраической сумме э.д.с., встречающихся в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{j=1}^{m} \varepsilon_j \ .$$

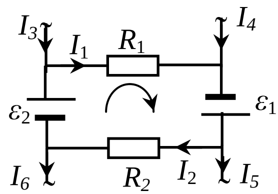


рис.34. *Участок разветвленной электрической цепи*

Для замкнутого контура представленного на рис. 34, второе правило Кирхгофа запишется так: $I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Для расчета разветвленных цепей необходимо:

1. Выбрать произвольное направление токов в цепи.
2. Составить уравнения для узлов, применяя первое правило Кирхгофа.
3. Выбрать произвольно направление обхода контура. Если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, то произведение IR положительно, а если не совпадает – отрицательно.
4. Составить уравнения для контуров, применяя второе правило Кирхгофа. Э.д.с. создающие токи, совпадающие с

направлением обхода, положительны, а не совпадающие – отрицательны. В нашем случае (рис.34) – э.д.с. положительны.

5. Решить уравнения любым математическим методом.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТОКИ В МЕТАЛЛАХ, ВАКУУМЕ И ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Работа выхода электронов из металла. Контактная разность потенциалов

При обычной температуре электроны практически не покидают металл. Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется *работой выхода* $A_{вых}$. Существует две причины появления работы выхода:

1. Электрон, вылетевший из металла, индуцирует в том месте, откуда он вылетел, положительный заряд. Со стороны этого заряда на электрон действуют силы притяжения.

2. Отдельные электроны, покидая металл, не улетают далеко, а образуют около поверхности «электронное облако». Положительный заряд металла и «электронное облако» *образуют двойной электрический слой*, который препятствует дальнейшему вылету электронов из металла. Разность потенциалов $\Delta\varphi$ в этом слое называется *поверхностным скачком потенциала*:

$$\Delta\varphi = A_{вых}/e,$$

где e – заряд электрона.

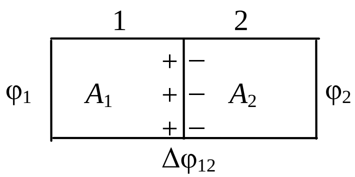


рис.35. *Контакт различных металлов* 1 *и* 2

Итальянский физик А.Вольта опытным путем установил, что при соприкосновении двух различных металлов между ними возникнет *контактная разность потенциалов* (рис.35).

Первый закон Вольты: ***контактная разность потенциалов зависит только от химического состава и температуры соприкасающихся металлов:***

$$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e}\ln\frac{n_{01}}{n_{02}},$$

где n_{01} и n_{02} – концентрация электронов в проводниках, A_1 и A_2 – работы выхода электронов из первого и второго металлов, k – постоянная Больцмана, Т – абсолютная температура.

На основании опытных данных был установлен *второй закон Вольты* (рис.36): ***разность потенциалов на концах разомкнутой цепи, состоящей из нескольких последовательно соединенных металлических проводников, находящихся при одной температуре, равна контактной разности потенциалов, создаваемой концевыми проводниками и не зависит от промежуточных проводников:***

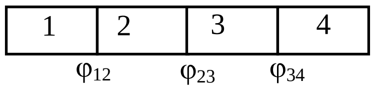


рис.36. *Цепь последовательно соединенных различных металлов*

$$\varphi_{14} = \varphi_{12} + \varphi_{23} + \varphi_{34} = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4) = \varphi_1 - \varphi_4 .$$

Термоэлектрические явления

К *термоэлектрическим явлениям* относятся:

1) *Эффект Зеебека. Е*сли спаи двух разнородных проводников, образующих замкнутую цепь, поддерживать при различных температурах, то в такой цепи возникает электрический ток.

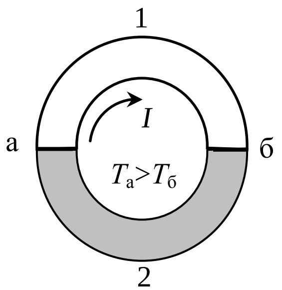


рис. 37. *Схема, поясняющая эффект Зеебека*

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух разнородных проводников 1 и 2 (рис.37). Если спаи «а» и «б» имеют различные температуры $T_a > T_б$, то в цепи возникает электродвижущая сила ε прямо пропорциональная разности температур спаев:

$$\varepsilon = \alpha(T_a - T_б) .$$

Термопара – термоэлектрический термометр, способный измерять очень высокую температуру. В ее основе лежит эффект Зеебека.

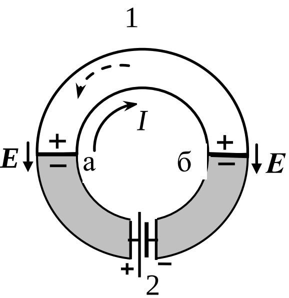


рис. 38. *Схема, поясняющая эффект Пельтье*

2) *Эффект Пельтье*. Если взять такое же соединение проводников и пропустить электрический ток, то, помимо выделения джоулевой теплы, в одном спае происходит выделение дополнительной теплоты и он будет нагреваться, а другой спай – охлаждаться (рис 38).

Проводники подобраны так, что при их соединении первый заряжается положительно, а второй – отрицательно. Ток I в таком случае идет по часовой стрелке, а движение электронов в цепи идет в противоположном направлении. В спае «б» движение электронов ускоряется полем, их кинетическая энергия возрастает, и спай «б» охлаждается. В контакте «а» поле замедляет движение электронов, и они отдают свою энергию спаю «а», в результате он нагревается.

Электрический ток в вакуумном диоде

Термоэлектронная эмиссия – явление испускания электронов нагретыми металлами. Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с помощью простейшей двухэлектродной лампы – *вакуумного диода*, представляющего собой баллон с откачанным воздухом, внутри которого находятся катод и анод,

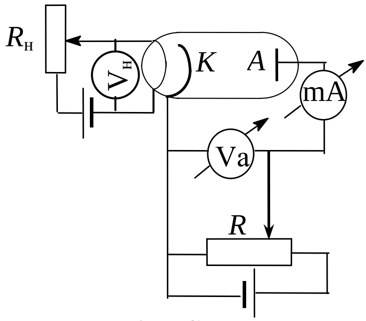


рис. 39. *Схема включения вакуумного диода*

расположенные коаксиально (рис.39). Катод накаливается и испускает электроны. Количество испускаемых катодом электронов зависит от температуры (напряжения $U_н$ нити накала). Если подать положительное напряжение на анод U_a, наблюдается направленное движение электронов от катода к аноду. Сила анодного тока I_a равна заряду электронов, достигших анода за 1с. Число электронов, вылетающих из катода за 1с при постоянной температуре – постоянно, а количество электронов, достигших анода, зависит от анодного напряжения U_a. График

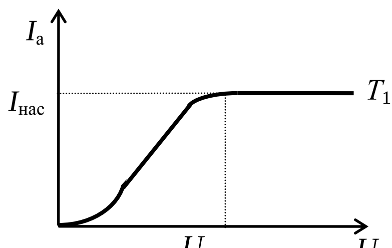


рис.40. *Вольт-амперная характеристика диода*

зависимости силы анодного тока от анодного напряжения называется *вольт-амперной характеристикой* вакуумного диода (рис.40). При малых значениях анодного напряжения эта зависимость имеет нелинейный характер и подчиняется закону Богуславского-Ленгмюра $J_a = BU_a^{3/2}$. При достижении напряжения $U_{нас}$ сила тока принимает максимальное значение $I_{нас}$, называемое *током насыщения*. Это означает, что при достаточно сильном электрическом поле катод-анод все электроны, вылетевшие из катода за 1с, долетают до анода за 1с.

Электронная эмиссия используется в рентгеновских трубках, электронных микроскопах, электронных лампах.

Собственная и примесная проводимость полупроводников

По электрическим свойствам полупроводники занимают промежуточное положение между металлами и диэлектриками. Различают *собственные и примесные* полупроводники. К ***собственным*** полупроводникам относятся чистые элементы (Ge, Si). Рассмотрим кристалл германия Ge (рис.41). Каждый атом в кристаллической решетке кристалла Ge связан четырьмя двухэлектронными ковалентными связями с соседними атомами. При температуре T=0 K диэлектрик не имеет свободных зарядов. При повышении температуры тепловые колебания решетки приводят к разрыву некоторых валентных связей, и электроны, покинувшие свое место, становятся свободными. Место, оставленное электроном, обладает избыточным положительным зарядом и называется *дыркой*. Под действием внешнего электрического поля наблюдается направленное движение электронов против поля, дырок – по полю. В кристалле появляется электрический ток. Такая проводимость называется *собственной*.

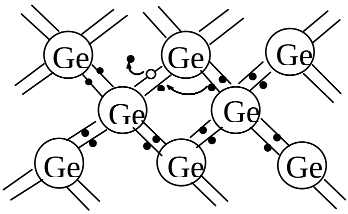


рис.41. *Собственная проводимость германия*

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется *примесной*. Рассмотрим кристалл германия Ge с небольшой добавкой мышьяка (As). Мышьяк – элемент Y группы, имеет пять валентных электронов. При внедрении в решетку Ge четыре электрона As образуют ковалентные связи с атомом Ge, а пятый электрон As становится слабо связанным и легко отщепляется при тепловых колебаниях решетки (рис 42). При наличии внешнего электрического поля наблюдается движение электронов, следовательно, появляется электрический ток. Образованный положительный заряд связан с атомом As и не способен перемещаться. Такие примеси называются *донорными*, проводимость – *электронной*, а полупроводник – *n-типа*.

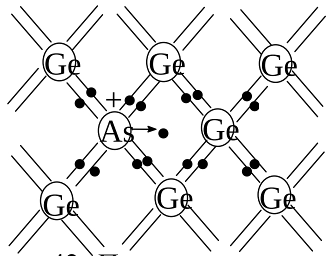


рис.42. *Примесная электронная проводимость*

Если в кристалл Ge (рис.43) ввести небольшое количество трехвалентного Al, то для образования ковалентных связей с германием алюминию не будет хватать одного электрона. Недостающий четвертый электрон может быть захвачен у соседнего атома Ge, у которого образуется *дырка* (+). Присоединив один электрон, атом Al становится отрицательно заряжен. При внесении во внешнее электрическое поле дырки способны перемещаться. Примеси, вызывающие появление дырок, называются *акцепторными*, проводимость – *дырочной,* полупроводники – *p-типа*.

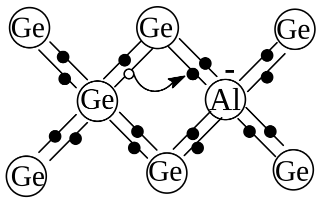


рис.43. *Примесная дырочная проводимость*

Элементы зонной теории

В основе зонной теории лежит представление, что электроны движутся в поле неподвижных ядер кристаллической решетки. Квантово-механическая система разделяется на тяжелые и легкие частицы – ядра и электроны. Поскольку массы и скорости этих частиц значительно различаются, можно считать, что движение электронов происходит в поле неподвижных ядер, а медленно движущиеся ядра находятся в усредненном поле всех электронов. Принимая, что ядра в узлах кристаллической решетки неподвижны, движение электрона рассматривается в постоянном периодическом поле ядер. Известно, что атом обладает набором значений энергии, энергетическими уровнями, и взаимодействие между атомами приводит к тому, что энергетические уровни расщепляются, смещаются, расширяются в зоны, образуя зонный энергетический спектр.

На рис.44 видно, как расщепляются и расширяются лишь уровни внешних, валентных электронов, слабо связанных с ядром. Уровни внутренних электронов совсем не расщепляются или расщепляются очень слабо. Энергия внешних электронов может принимать различные значения в пределах областей, называемых *разрешенными энергетическими зонами*.

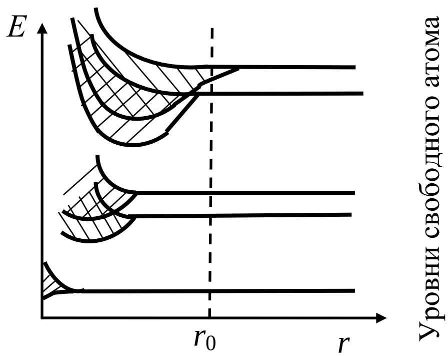


рис.44. *Расщепление энергетических уровней в зависимости от расстояния r между атомами. r_0 – расстояние между атомами в кристалле*

Разрешенные зоны разделены зонами запрещенных значений энергии – *запрещенными зонами*, где электрон находиться не может.

Зонная теория позволила с единой точки зрения объяснить проводимость металлов, полупроводников, диэлектриков.

1. *Валентная зона* свободного атома образована из энергетических уровней внутренних электронов и заполнена электронами полностью.

2. *Зона проводимости* (свободная зона) либо частично заполнена электронами, либо свободна и образована из энергетических уровней внешних электронов изолированных атомов.

В зависимости от степени заполнения зон электронами и ширины запрещенной зоны возможны четыре случая, изображенные на рисунке 45. В металлах (рис.45 а) валентная зона частично заполнена, в ней имеются вакантные уровни. Такие тела всегда будут проводниками электрического тока, так как внутризонный переход возможен вследствие теплового движения даже при Т = $1K$. Твердое тело становится проводником электрического тока, когда валентная зона перекрывается свободной зоной (рис. 45 б). В данном случае образуется «гибридная» зона, которая заполняется валентными электронами лишь частично. Это имеет место для щелочно-земельных элементов, образующих II группу таблицы Менделеева (бериллий, магний, кальций, цинк).

Если ширина запрещенной зоны невелика (рис 45 в), как в полупроводниках ($\Delta E \sim 1 эВ$), то электроны из валентной зоны в зону проводимости могут перейти сравнительно легко путем теплового возбуждения или за счет энергии внешнего источника. Если ширина запрещенной зоны кристалла порядка нескольких $эВ$, то тепловое движение не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости, и кристалл является диэлектриком при всех реальных температурах (рис.45 г).

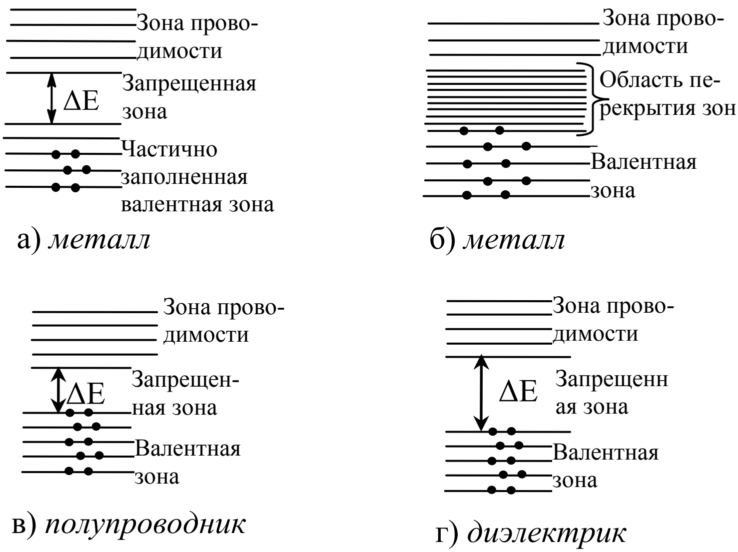


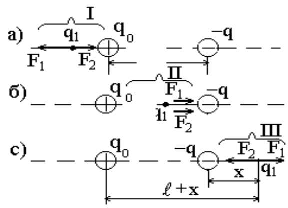
рис.45. *Энергетические зоны*

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Два точечных заряда q_0 и $-q$ закреплены на расстоянии $l = 50 см$ друг от друга. По величине заряд q_0 в 9 раз больше заряда $-q$. Третий заряд q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда q_1, при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда q_1 равновесие будет устойчивым?

Дано: $q_0 = -9q; \quad l = 50 см = 0{,}5 м; \quad q_1.$

Найти: $x_0 \quad -?$



Решение: Заряд q_1 будет находиться в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, будет равна нулю. Это значит, что на заряд q_1 должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков I, II, III (см. рис.) может быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд q_1 положительный.

На участке I (рис. а) на заряд q_1 будет действовать две противоположно направленные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$, действующая со стороны заряда q_0, в любой точке этого участка больше силы $\vec{F}_2$, действующей со стороны заряда $(-q)$, так как больший q_0 будет всегда находиться ближе к заряду q_1, чем меньший заряд $(-q)$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II (рис. б) обе силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены в одну сторону: к заряду $(-q)$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке III (рис. с) силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены в противоположные стороны, так же, как и на участке I, но здесь меньший заряд $(-q)$ будет находиться всегда ближе к заряду q_1, чем больший заряд q_0. Это значит, что на этом участке можно найти такую точку на прямой, где силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ будут одинаковы по модулю, т.е. $F_1 = F_2$. Пусть x и $(x+l)$ – расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда q_1. Выразив в равенстве (1) $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ в соответствии с законом Кулона, получим $\dfrac{q_0 \cdot q_1}{(l+x)^2} = \dfrac{q \cdot q_1}{x^2}$, или $l + x = \pm 3x$, откуда $x_1 = +\dfrac{l}{2}$; $x_2 = -\dfrac{l}{4}$. Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ хотя и равны по абсолютной величине, но направлены в одну сторону).

Определим теперь знак заряда, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в это положение. Рассмотрим смещение заряда q_1 в двух случаях: когда заряд положителен и когда заряд отрицателен.

Если заряд q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ возрастают, но $\vec{F}_1$ возрастает медленнее (заряд q_0 всегда находится дальше, чем заряд $(-q)$). Следовательно, $\vec{F}_2$ (по абсолютному значению) больше, чем $\vec{F}_1$, и на заряд q_1 будет действовать результирующая сила, направленная также влево. Под действием этой силы заряд q_1 удаляется от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда q_1 вправо. Сила $\vec{F}_2$ будет убывать быстрее, чем $\vec{F}_1$. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т.е. удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

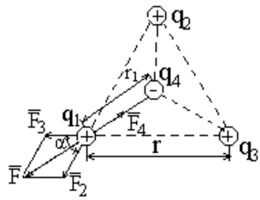
Если заряд q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, но сила $\vec{F}_1$ будет возрастать медленнее, чем $\vec{F}_2$, т.е. $|F_2| > |F_1|$. Результирующая сила направлена вправо. Под действием этой силы заряд q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении q_1 вправо сила $\vec{F}_2$ убывает быстрее, чем $\vec{F}_1$,т.е. $|F_1|>|F_2|$. Результирующая сила направлена влево, и заряд q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда q_1 несущественна.

Пример 2. Три положительных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 1 нКл$ расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

Дано: $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \cdot 10^{-9}$ *Кл.*

Найти: q_4 – ?

Решение: Все три заряда, расположенных по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например q_1, находился в равновесии. Заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (см. рис.):



$\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F_i} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = 0$, где $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ – силы, с которыми действуют на заряд q_1 соответственно заряды q_2, q_3, q_4; $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$. Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, векторное равенство можно заменить скалярным: $F - F_4 = 0$, откуда: $F = F_4$.

Выразим в последнем равенстве $\vec{F}$ как сумму проекций сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ на направление диагонали ромба $F_4 = 2F_2 \cdot \cos\alpha/2$

Применив закон Кулона и, так как $q_1 = q_2 = q_3$, найдем $\frac{q_1 \cdot q_4}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_1^2} = \frac{q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot 2\cos\frac{\alpha}{2}$, откуда $q_4 = \frac{q_1 \cdot r_1^2}{r^2} \cdot 2\cos\frac{\alpha}{2}$.

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что $r_1 = \frac{r}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{2\cos 30^o} = \frac{r}{\sqrt{3}}$.

Подставим в формулу: $q_4 = -q_1\sqrt{3}$.

Произведем вычисления: $q_4 = 10^{-9}\sqrt{3}Кл = 5{,}77 \cdot 10^{-10}Кл = 577нКл$.

Следует отметить, что равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

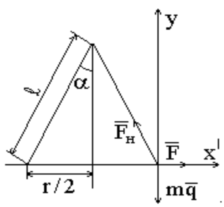
Пример 3. Два одинаковых шарика массой $m_1 = m_2 = 0{,}1г$ подвешены на нитях длиной $l_1 = l_2 = l = 25см$. После того, как шарикам были сообщены одинаковые заряды, они разошлись на расстояние $r = 5см$. Определить заряды шариков.

Дано:

$m_1 = m_2 = m = 0{,}1г = 1 \cdot 10^{-4}кг$; $l_1 = l_2 = l = 25см = 0{,}25м$; $r = 5см = 5 \cdot 10^{-2}м$.

Найти: $q_1 = q_2 = q$ – ?

Решение: На каждый из отклоненных шариков действуют: $m\vec{g}$ – сила тяжести; $\vec{F}_н$ – сила натяжения нити; $\vec{F}$ – электрическая сила взаимодействия шариков (см. рис.). Запишем условие равновесия шариков под действием приложенных сил в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{F}_н + \vec{F} = 0$



Запишем это уравнение в проекциях на выбранные направления осей x и y: $-F_н \sin\alpha + F = 0$; $F_н \cos\alpha - mg = 0$ (1).

Учитывая, что $F = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ запишем уравнение (1) в виде:

$$F_н \sin\alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}; \quad F_н \cos\alpha = mg. \quad (2)$$

Разделив почленно первое из уравнений (2) на второе, получим

$$tg\alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2 mg}.$$

Поскольку угол α мал, $tg\alpha \approx \dfrac{r}{2l}$, тогда $\dfrac{r}{2\ell} = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2 mg}$,

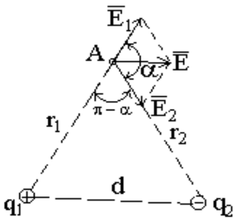
$$q = r\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot mgr}{l}}$$

Вычислим: $q = 5 \cdot 10^{-2}$:

$$q = 5 \cdot 10^{-2} \sqrt{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{9{,}8}{25 \cdot 10^{-2}}} Кл \approx 5{,}2 нКл .$$

Пример 4. Точечные электрические заряды $q_1 = 1 нКл$ и $q_2 = -2 нКл$ находятся в воздухе на расстоянии $d = 10 см$ друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке А, удаленной от заряда q_1 на расстояние $r_1 = 9 см$ и от заряда q_2 на $r_2 = 7 см$.

Дано: $q_1 = 1 нКл = 1 \cdot 10^{-9} Кл$; $q_2 = -2 нКл = -2 \cdot 10^{-9} Кл$; $r_1 = 9 см = 9 \cdot 10^{-2} м$; $r_1 = 7 см = 7 \cdot 10^{-2} м$.



Найти: $\vec{E}$, φ − ?

Решение: Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$.

Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе $(\varepsilon = 1)$ зарядами q_1 и q_2 определяется по следующим формулам:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} \quad (1), \qquad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор $\vec{E_1}$ направлен по силовой линии от заряда q_1, так как заряд q_1 положителен; вектор $\vec{E_2}$ направлен также по силовой линии, но к заряду q_2, так как заряд q_2 отрицателен.

Модуль вектора $\bar{E}$ найдем по теореме косинусов: $\vec{E} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$. (3)

Здесь α – угол между векторами $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d: $\cos\alpha = \left(d^2 - r_1^2 - r_2^2\right)/(2r_1r_2)$. В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно: $\cos\alpha = \frac{\left[(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0{,}07)^2\right]}{(2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07)} = -0{,}238$. Подставив выражения E_1 и E_2 в уравнение (3) и вынеся общий множитель $1/4\pi\varepsilon_0$ за знак корня, получим $E = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1\cdot q_2}{r_1^2\cdot r_2^2}\cos\alpha}$. (4)

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ (5).

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом q на расстоянии r от него выражается формулой $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (6). В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получим

$$\varphi = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}, \qquad \text{или} \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Произведем вычисления:

$$E = \frac{1}{4\pi/(4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0{,}09)^4} + \frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(0{,}07)^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0{,}09)^2(0{,}07)^2}\cdot(-0{,}238)}\,В/м = 3{,}58\,В/м$$

При вычислении E знак заряда q_2 опущен, так как он определяет направление вектора напряженности, которое было учтено при его графическом изображении (см. рис.):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \Big/ (4\pi \cdot 9 \cdot 10^{9})} \left[\frac{10^{-9}}{0{,}09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0{,}07} \right] B = -157 B$$

Пример 5. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1 см$, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20 нКл/м$. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0{,}5 см$ и $a_2 = 2 см$ от поверхности цилиндра в средней его части.

Дано: $R = 1 см = 1 \cdot 10^{-2} м;\quad \tau = 20 нКл/м = 20 \cdot 10^{-9}\ Кл/м$;

$a_1 = 0{,}5 см = 0{,}5 \cdot 10^{-2} м$; $a_2 = 2 см = 2 \cdot 10^{-2} м$.

Найти: $\varphi_1 - \varphi_2$ – ?

Решение: Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала: $E = -grad\varphi$. Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, или $d\varphi = -Edr$. Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих от оси цилиндра на расстояниях r_1 и r_2:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr. \quad (1)$$

Так как цилиндр длинный, и точки взяты вблизи его средней части, для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром: $E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$. Подставив выражение Е в уравнение (1), получим:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (2)$$

Произведем вычисления, учитывая, что $r_1 = R + a_1$; $r_2 = R + a_2$.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{10} \ln\left(\frac{0{,}03}{0{,}015}\right) = 3{,}6 \cdot 10^2 \cdot 2{,}3 \cdot 0{,}69 В = 250 В.$$

Пример 6. Заряд $q = +1 \cdot 10^{-9}\,Кл$ переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1 см$ от поверхности заряженного шара радиусом $R = 9 см$. Поверхностная плотность положительного заряда $\sigma = 10^{-4}\,Кл/м^2$. Определить совершаемую при этом работу. Какая работа совершается на последних $10 см$ пути?

Дано: $q = +1 \cdot 10^{-9}\,Кл$, $r_1 = 1 см = 1 \cdot 10^{-2}\,м$ $R = 9 см = 9 \cdot 10^{-2}\,м$; $\sigma = 10^{-4}\,Кл/м^2$, $r_2 = 10 см = 1 \cdot 10^{-1}\,м$.

Найти: А – ?

Решение: Работа внешней силы A_1' по перемещению заряда из точки поля с потенциалом φ_1 в другую точку с потенциалом φ_2 равна абсолютной величине, но противоположна по знаку работе A_1 сил поля по перемещению заряда между этими точками поля, т.е. $A = -A_1'$. Работа сил электрического поля определяется по формуле $A_1' = q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Тогда $A_1' = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ (1), где φ_1 и φ_2 – потенциалы в начальной и конечной точках соответственно.

Потенциал, создаваемый заряженным шаром радиусом R в точке на расстоянии r от его поверхности, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(R + r)}$$ (2), где $q_0 = \sigma \cdot 4\pi R^2$ – заряд шара.

Потенциал φ_1 в бесконечно удаленной точке (при $r = \infty$) будет равен нулю. Потенциал φ_2, рассчитанный по формуле (2), подставим в (1) и после преобразований получим

$$A_1' = \frac{q\sigma \cdot R^2}{[\varepsilon_0\varepsilon(R + r)]}$$ (3).

Подставив численные значения в уравнение (3), получим

$$A_1' = \frac{1\cdot 10^{-9}\cdot 1\cdot 10^{-4}\cdot 81\cdot 10^{-4}}{1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10^{-1}}\,Дж = 9{,}2\cdot 10^{-4}\,Дж\,.$$

Работу на последних 10 см пути можно определить по формуле

$$A_2' = q(\varphi_2 - \varphi_1'),\quad (4)$$

где $\varphi_1' = q_0 / [4\pi\varepsilon_0\varepsilon(R + r_1 + r_2)]$ – потенциал в точке на расстоянии $(R+r_1+r_2)$ от центра шара. Подставив выражение φ_1' и φ_2 в уравнение (4), после преобразований получим

$$A_2' = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon(R + r_1)} - \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon(R + r_1 + r_2)}.\quad (5)$$

Первое слагаемое в этом уравнении численно равно A_1'. Подставим числовые значения и вычислим A_2':

$$A_2' = 9{,}2\cdot 10^{-4}\ Дж - \frac{1\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-4}\cdot 81\cdot 10^{-4}}{1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 10^{-1}}\ Дж = 4{,}6\cdot 10^{-4}\ Дж\cdot$$

Пример 7. Шарик массой $m = 1г$ перемещается из точки *A*, потенциал которой $\varphi_1 = 600В$ в точку *B*, потенциал которой равен нулю. Определить скорость шарика в точке А, если в точке *B* его скорость $V = 20 м/с$. Заряд шарика $q = 10^{-8}\,Кл$.

Дано: $m = 1г = 1\cdot 10^{-3}кг;\quad \varphi_1 = 600В;\quad \varphi_2 = 0;\quad v = 20\,м/с\quad q = 10^{-8}\,Кл$.

Найти: $V_1 - ?$

Решение: Шарик перемещается под действием электрической силы со стороны поля. При этом изменение кинетической энергии шарика равно работе электрической силы: $\Delta W_к = A$. (1)

Поскольку $\Delta W_К = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$ и А =q (φ1 – φ2), уравнение (1) можно привести к виду $\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, откуда

$$V_0 = \sqrt{V^2 - 2q(\varphi_1 - \varphi_2)/m}\quad V_0 = \sqrt{0{,}2^2 - 2\cdot 10^{-8}\cdot 600\cdot 10^3}\,м/с \approx 0{,}17\,м/с\,.$$

Пример 8. Два плоских конденсатора одинаковой электроемкости $C_1 = C_2 = C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой *E*. Как изменится разность потенциалов

U_1 на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

Дано: $C_1 = C_2 = C, \quad \varepsilon = 7$.

Найти: U_1'/U_1 – ?

Решение: До заполнения второго конденсатора диэлектриком разность потенциалов на пластинах обоих конденсаторов была одинакова: $U_1 = U_2 = E/2$. После заполнения электроемкость второго конденсатора возросла в ε раз: $C_2' = \varepsilon \cdot C_2 = \varepsilon \cdot C$. Электроемкость первого не изменилась, т.е. $C_1' = C$.

Так как источник тока не отключался, общая разность потенциалов на батарее конденсаторов осталась прежней, она лишь перераспределилась между конденсаторами. На первом конденсаторе

$$U_1' = \frac{q}{C_1'} = \frac{q}{C}, \quad (1)$$

где q – заряд на пластинах конденсатора. Поскольку при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждой пластине и на всей батарее одинаков, $q = C'_{бат} \cdot E$, где

$$C'_{\text{бат}} = \frac{C_1' C_2}{C_1' + C_2'} = \frac{C \cdot \varepsilon C}{C + \varepsilon C} = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon}$$

Таким образом, $q = \frac{\varepsilon C}{1+\varepsilon} \cdot E$. Подставив это выражение заряда в формулу (1), найдем $U_1 = \frac{q}{C} = \frac{\varepsilon C}{(1+\varepsilon)C} = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} E$.

Чтобы найти, как изменилась разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, вычислим отношение: $\frac{U_1'}{U_1} = \frac{\varepsilon \cdot E}{(1+\varepsilon)} \cdot \frac{2}{E} = \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}$; $\frac{U_1'}{U_1} = \frac{2 \cdot 7}{1+7} = 1{,}75$. Таким образом, разность потенциалов на пластинах первого конденсатора после заполнения второго конденсатора диэлектриком возросла в 1,75 раза.

Пример 9. Конденсатор емкостью $C_1 = 3мкФ$ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40B$. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 5мкФ$. Какая энергия W' израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Дано:

$C_1 = 3мкФ = 3 \cdot 10^{-6} Ф; \quad U_1 = 40 B; \quad C_2 = 5мкФ = 5 \cdot 10^{-6} Ф.$

Найти: $W' - ?$

Решение: Энергия, израсходованная на образование искры,

$$W' = W_1 - W_2, \quad (1)$$

где W_1 – энергия, которой первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из двух конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле $W = \frac{1}{2} CU^2$ (2), где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов. Выразив W_1 и W_2 аналогично формуле (2) и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$W' = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 - \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \cdot U_2, \quad (3)$$

где U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = q / (C_1 + C_2) = C_1 U_1 / (C_1 + C_2) \qquad (4)$$

Подставив выражение для U_2 в (3), найдем

$$W' = \frac{1}{2}C_1U_1^2 - \frac{(C_1+C_2)\cdot C_1^2U_1^2}{2(C_1+C_2)^2}\text{, или } W' = \frac{1}{2}\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}\cdot U_1^2$$

Произведем вычисления: $W' = \frac{1}{2}\cdot\frac{3\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}+5\cdot10^{-6}}\cdot1600\ Дж = 1{,}5мДж$ ·

Пример 10. Элемент с э.д.с. E = 2,1$В$ и внутренним сопротивлением $r = 0{,}2Ом$ соединен с реостатом. Определить силу тока в цепи и сопротивление реостата, если напряжение на зажимах элемента U = 2$В$. Какой длины надо взять для изготовления реостата железную проволоку, если площадь ее сечения S = 0,75$мм^2$?

Дано: э.д.с. = E = 2,1$В$; $r = 0{,}2Ом$; U = 2$В$; S = 0,75$мм^2$= $0{,}75\cdot10^{-6}\,м^2$

Найти: l – ?

Решение: По закону Ома для замкнутой цепи сила тока

$$I = E/(R+r) \qquad (1)$$

По закону Ома для участка цепи, состоящего из реостата, та же сила тока $I = U/R$. (2). Решив совместно уравнение (1) и (2), получим:

$$R\cdot(E-U) = U\cdot r;\quad R = \frac{Ur}{(E-U)};\ R = \frac{2\cdot0{,}2}{0{,}1}Ом = 4Ом$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{R}};\ I = \frac{2}{4}A = 0{,}5A$$

Из формулы $R = \rho\cdot l/S$ найдем длину железной проволоки: $l = \frac{RS}{\rho}$ $\quad l = \frac{4\cdot7\cdot5\cdot10^{-7}}{1{,}2\cdot10^{-7}}м = 25м$ где $\rho = 1{,}2\cdot10^{-7}\,Ом\cdot м$ – удельное сопротивление железа.

Пример 11. Определить сопротивление подводящих проводов источника с напряжением U = 120$В$, если при коротком замыкании предохранители из свинцовой проволоки площадью сечения $S = 1мм^2$ и длиной $l = 2см$ плавятся за $\Delta t = 0{,}03с$. Начальная температура предохранителя $t = 27^\circ C$.

Дано: $U = 120 В$; $S = 1 мм^2 = 1\cdot 10^{-6} м^2$, $l = 2 см = 2\cdot 10^{-2} м$; $\Delta t = 0{,}03 с$; $t = 27^\circ C$.

Найти: R – ?

Решение: Количество теплоты, необходимое для нагревания свинца до точки плавления и последующего плавления свинца при этой температуре, $Q_1 = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$. Так как $\Delta Q_1 = C\, m\, \Delta T$, $\Delta Q_2 = \lambda\cdot m$, $m = D\cdot l\cdot S$, $\Delta T = T_{пл} - T$,

$$Q_1 = D\cdot l\cdot S\left[C\cdot(T_{пл} - T) + \lambda\right], \qquad (1)$$

где D – плотность свинца; C – удельная теплоемкость свинца; $T_{пл}$ – температура плавления свинца.

При коротком замыкании сопротивление цепи равно $R + R_{пр}$,
где $R_{пр} = \rho\cdot l/S$ – сопротивление предохранителя.

Сила тока короткого замыкания $I = U/(R + R_{пр})$.

По закону Джоуля-Ленца количество теплоты, выделяющееся в предохранителе за время t, $Q_2 = I^2\cdot R_{пр}\cdot \Delta t$.

После преобразований получим $Q = \dfrac{U^2\rho\cdot l\cdot\Delta t}{(R + \rho l/S)^2 S}$. (2)

Считая, что все количество теплоты, выделяющееся в предохранителе, идет на его плавление, получим $Q_1 = Q_2$, или с учетом выражений (1) и (2)

$DlS\left[c(T_{пл} - T) + \lambda\right] = \dfrac{U^2\rho l\Delta t}{(R + \rho l/S)^2 S}$, откуда $R = \dfrac{1}{S}\left[U\sqrt{\dfrac{\rho\Delta t}{D\cdot c(T_{пл} - T) + \lambda}} - \rho l\right]$

$$R = \frac{1}{10^{-6}}\left[120\sqrt{\frac{2{,}1\cdot 10^{-7}\cdot 3\cdot 10^{-2}}{11\cdot 3\cdot 10^3\cdot 0{,}13\cdot 10^3\cdot(600 - 300) + 0{,}25\cdot 10^5}} - 2{,}1\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{-2}\right] Ом \approx 0{,}34 Ом.$$

Контрольная работа 1

Вариант 1.

1. Тело массой 4 кг движется со скоростью 3м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определить количество теплоты выделившегося при ударе.

2. Подвешенный на нити шарик качается в вертикальной плоскости так, что его ускорение а=4м/с^2. Найти модуль ускорения шарика в крайнем положении.

3. Вал вращается в подшипниках вокруг неподвижной горизонтальной оси по закону $\varphi = \frac{\pi}{16}\sin\frac{3}{4}\pi \cdot t$, где φ – угол поворота вала в радианах. Определить скорость и ускорение точки М вала, отстоящей от оси вращения вала на расстоянии r=0,8м в тот момент, когда угловая скорость вала достигает наибольшего максимального значения.

4.Начальная скорость снаряда ν_0=490м/с. Под каким углом α к горизонту следует бросить этот снаряд из начала координат, чтобы он попал в точку с координатами х=700м; у=680м.

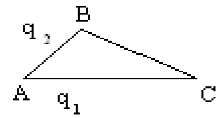
5. Частица движется со скоростью v=0,8c (с – скорость света в вакууме). Определить отношение полной энергии релятивистской частицы к ее энергии покоя.

6. Определить, во сколько раз изменится концентрация молекул газа, если изобарически уменьшить абсолютную температуру в a=7 раз, а затем количество газа уменьшить в b=14 раз при том же давлении.

7. Найти среднее число столкновений в единицу времени CO_2 при температуре t=100 ^{0}С, если средняя длина свободного пробега молекул λ=870 мкм.

8. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти для этих газов отношение:
а) коэффициентов диффузии; б) вязкости; в) теплопроводностей. Диаметры этих молекул газов считать одинаковыми.

9. Найти напряженность поля в центре квадрата, в вершинах которого последовательно расположены заряды 1, 2, 3 и 4 Кл? Сторона квадрата а=10 см.



10. Определить потенциал поля, создаваемого двумя зарядами $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл и $q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$Кл, находящимися в вершинах А и В треугольника АВС, в его третьей вершине С.
АВ = 30 см; ВС = 40 см; АС = 50 см (см. рис.).

11. Во сколько раз изменится емкость проводящего шара радиуса R, помещенного в среду с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 = 2$ (керосин), если его поместить в среду, диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon_2 = 39$ (глицерин).

12. Элемент с внутренним сопротивлением r=3 Ом и э.д.с. E=10 В замкнут проводником с сопротивлением R=6 Ом. Какое количество теплоты будет выделяться во внешней части цепи за 1 с?

Вариант 2.

1. По наклонной плоскости скользит тело и в конце третьей секунды достигает скорости 10,9м/с^2. Определите угол наклона, если коэффициент трения составляет 0,125.

2. Материальная точка массой m=2кг описывает криволинейную траекторию по закону $S = 12\sin\frac{t}{2}$. Найти силу, действующую на тело в момент времени, когда скорость тела ν=3м/с. Радиус кривизны траектории R=6м

3. Вал начинает вращаться с угловой скоростью

$\omega_0=2\pi$ рад/с равноускоренно и за 10с делает 10 оборотов. Найти ускорение точки, отстоящей от оси вращения вала на расстоянии, равном 0,5м, в тот момент, когда скорость этой точки равна 2π м/с.

4. Маховик вращается по закону, выражаемому уравнением $\varphi = A+Bt+Ct^2$, где A = 3 рад, B = 28 рад / с,

C = – 5 рад / с^2. Найти среднюю мощность $\langle N \rangle$,развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, до остановки, если его момент инерции J = 100 кг·м^2.

5. Определите работу, которую необходимо совершать, чтобы тело массой m=2000кг, находящееся на Земле, смогло превратить в спутник Солнце. Сопротивлением среды пренебречь.

6. До какой температуры T_1 при постоянном давлении $p=10^5$ Па надо нагреть кислород, чтобы его плотность стала равна плотности водорода при том же давлении и температуре T_2=200 К?

7. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при давлении p=10 кПа и температуре t=17 ^{0}С

8. При изотермическом расширении газа, занимавшего объем V= 2 м^3, давление его меняется от p_1 = 0,5 МПа до

p_2 = 0,4 МПа. Найти работу A, совершенную газом.

9. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло. Какова плотность масла ρ_0, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho=1{,}5\cdot10^3$ кг/м^3, диэлектрическая проницаемость масла ε=2,2.

10. Два маленьких шарика, радиусы которых и массы одинаковы, подвешены в воздухе на нитях равной длины в одной точке. После сообщения шарикам заряда по 400 нКл,

нити разошлись на угол 60^0. Расстояние от точки подвеса до центра шарика 0,2 м, найти массу шарика.

11. Конденсатор, состоящий из двух параллельных пластин, имеет емкость $5 n\Phi$. Какой заряд находится на каждой из его обкладок, если разность потенциалов между ними $1000 B$?

12. Воздух, находящийся в закрытом сосуде емкостью V=1л при нормальных условиях, нагревается электрическим нагревателем, рассчитанным на ток силой I=0,5А и напряжение U=12В. Через сколько времени t давление в сосуде повысится до P=1,5 МПа? К.п.д. нагревателя η=50 %.

Вариант 3.

1. Брусок массой m=0,5кг тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k=0,1. Найти угол α, при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?

2. Материальная точка массой m=400г совершает гармонические колебания по горизонтальной оси O_x по закону $x = 20\sin\frac{\pi}{2}t$ (x выражено в см., t – в с.). Найти силу, действующую на точку в крайних точках, амплитуду, период и кинетическую энергию в положении равновесия.

3. Колесо радиусом R=1м вращается равномерно вокруг своей оси, делая один оборот за 0,25с. Найти скорость и ускорение точки, лежащей на ободе колеса.

4. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью 6 рад/с. С какой угловой скоростью будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положения? Суммарный момент инерции человека и скамьи J =

20 кг·м^2.Длина стержня 2 м, масса – 5 кг. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

5. Спутник поднимают на высоту 6000км и запускают его по круговой орбите на той же высоте. Определите отношение работ на поднятие A_1 и на запуск A_2 спутника.

6. Определите удельные теплоемкости C_V и C_P смеси углекислого газа массой m_1=3г и азота массой m_2=4г.

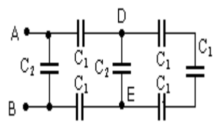
7. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при давлении p=10 кПа и температуре t=17 ^{0}С

8. Найти теплопроводность λ воздуха при условиях: давлении p = 100 кПа и температуре t = 10 ºС. Диаметр молекул воздуха d = 0,3 нм.

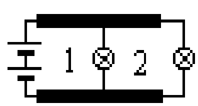
9. Четыре одинаковых заряда $q_1=q_2=q_3=q_4$=40 нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной a=10 см. Найти силу F, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

10. Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью V=5·10^7 м/с. Расстояние между пластинами d=2 см, разность потенциалов U=500 В. Найти отклонение электрона, вызванное полем конденсатора, если длина его пластины l=5 см.

11. Между клеммами A и B включены конденсаторы емкостями C_1=3 мкФ и C_2=2 мкФ. Вычислить емкость системы согласно рисунку.



12. К полюсам батареи из двух источников, каждый с э.д.с. 75 В и внутренним сопротивлением 4 Ом, подведены две параллельные медные шины сопротивлением 10 Ом каждая. К концам шин и к их серединам подключены две лампочки сопротивлением 20 Ом каждая. Чему равен ток в



первой лампочке, если пренебречь сопротивлением подводящих проводов (см. рис.)?

Вариант 4.

1. Найти мощность машины, поднимающей молот массой 900кг 100 раз в минуту, на высоту h=0,6м, если коэффициент полезного действия η=0,8

2. Математический маятник длиной l и массой m, отклонили на угол φ_0 от положения равновесия и сообщили ему начальную скорость $\overrightarrow{v_0}$, направленную перпендикулярно к нити вверх. Найти силу натяжения маятника в зависимости от угла φ нити с вертикалью.

3. Во время разгона маховик вращается вокруг своей оси по закону $\varphi = \frac{\pi}{4}t^2$. Определить угловую скорость и угловое ускорение маховика в момент, когда он сделает 27 оборотов.

4. Телу массой m, лежащему на горизонтальной плоскости, сообщают начальную горизонтальную скорость ν_0. Найти время и расстояние до остановки, если коэффициент трения f.

5.Определите высоту, на которой ускорение свободного падения составляет 25% от ускорения свободного падения на поверхности Земли.

6. Кислород массой m=1кг находится при температуре T=320К. Определите: 1) внутреннюю энергию молекул кислорода; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул кислорода. Газ считайте идеальным.

7. Кислород объемом 1л находится под давлением 1МПа. Определите, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы: 1) увеличить его объем вдвое в результате

изобарного процесса; 2) увеличить его в результате изохорного процесса**.**

8. Воздух массой m=1 кг находится под поршнем в цилиндре. Давление воздуха p= $8 \cdot 10^5$ Па, а температура t=158 ^{0}С. При изотермическом расширении его давление уменьшилось вдвое. Найти работу, совершаемую газом, и его конечный объем.

9. Два точечных заряда q_1=-50 нКл и q_2=100 нКл расположены на расстоянии d=20 см. Определить силу F, действующую на заряд q_3=-10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

10. При бомбардировке неподвижного ядра калия α-частицей сила отталкивания F между ними достигла 120 Н. На какое расстояние приблизилась α-частица к ядру атома калия? Какую скорость V имела α-частица вдали от ядра? Влиянием электронной оболочки атома калия пренебречь.

11. Два конденсатора емкостью C_1=5мкФ и C_2=8мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с э.д.с. E=80 В. Определить заряды q_1 и q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

12. Найти к.п.д. источника тока с внутренним сопротивлением r=0,5 Ом, если он работает на нагрузку с сопротивлением R=4 Ом.

Вариант 5.

1. Вдоль тяги, при помощи которой тянут вагончик по горизонтальному пути, действует постоянная сила F=250Н под углом 32^0 к горизонту. Определить работу, которую совершает данная сила на пути 200м. Какую работу совершает сила тяжести?

2. Тело массой m=0,2кг, лежащее на горизонтальной поверхности стола, привязано к неподвижной точке О нитью

длиной l=35см. Телу сообщена начальная скорость v_0=4,9м/с, перпендикулярная к направлению натянутой нити, в результате тело описывает на столе окружность. Найти скорость тела и силу натяжения нити через 1с после начала движения, если коэффициент трения f=0,25. Тело принять за материальную точку.

3. Диск радиусом R=10см вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси согласно закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$ (B=1рад/с^2; C=1рад/с^2). Определите для точек на ободе колеса к концу второй секунды после начала движения полное ускорение.

4.Снаряд, летевший с горизонтальной скоростью 500 м/с, разрывается на два осколка. Масса одного осколка в два раза больше другого. Осколок большей массы падает по вертикали, а меньший – под углом 30° к горизонту. Какова скорость второго осколка?

5. Определите, во сколько раз масса Марса меньше массы Земли, если известно, что сила притяжения на Земле больше силы притяжения на Марсе в 2,55раз. Радиус Марса составляет 0,53 радиуса Земли.

6. Два баллона соединены непроводящей тепло тонкой трубкой. Объемы баллонов V_1 =12·10^{-2} м^3 V_2 =8·10^{-2} м^3. В баллонах находится идеальный газ в количестве ν =3 моля. Первый баллон поддерживается при температуре t_1=0 ^{0}C. До какой температуры нужно нагреть второй баллон, чтобы в нем осталась одна треть общего количества газа? Каким будет давление в сосудах?

7. Кислород, занимающий при давлении p_1=1МПа объем V_1=5л, расширяется в n раз. Определите конечное давление и работу, совершаемую газом. Рассмотрите следующие процессы:

1) изобарный; 2) изотермический; 3) адиабатный.

8. При адиабатическом сжатии аргона массой m=1 кг совершена работа A=10^5 Дж. Какова будет конечная температура T_2 газа, если до сжатия аргон находился при температуре

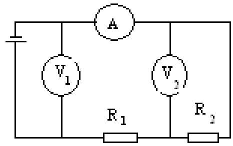
t=27 ^{0}C?

9. Два точечных заряда q_1=-50 нКл и q_2=100 нКл расположены на расстоянии d=20 см. Определить силу F, действующую на заряд q_3=-10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

10. На расстоянии 50 см от поверхности шара радиусом 8 см, заряженного до потенциала 20 кВ, находится точечный заряд $1{,}5\cdot10^{-8}$ Кл. Какую работу надо совершить для уменьшения расстояния между шаром и зарядом до 20 см?

11. В каких пределах может меняться емкость С системы, состоящей их двух конденсаторов, если емкость одного из конденсаторов постоянна и равна C_1= 3,33 пФ, а емкость C_2 другого изменяется от 22,2 до 555,5 пФ?

12. В цепь включены два проводника R_1= 5 Ом, R_2 =10 Ом, как показано на рисунке. Вольтметр V_1 показывает напряжение 12 В. Определить показание вольтметра V_2. Сопротивлением амперметра пренебречь. Сопротивление $R_{V2} >> R_2$.



Вариант 6.

1. Мяч бросили с начальной скоростью $22\,м/с$ под углом 60^0 к горизонту. Скорость мяча будет направлена под углом 45^0 к горизонту дважды во время полета. Через какой промежуток времени это случится во второй раз?

2. Точка совершает колебания по закону, $x = 2\cdot10^{-4}\cos 314t$. Определите за какие промежутки времени точка проходит отрезки пути, равные половине амплитуды

колебаний. Чему равны средняя скорость и среднее ускорение точки за эти промежутки времени.

3. Колесо вращается равнозамедленно с угловым ускорением ε=0,21 рад/с^2. Частота вращения колеса в начальный момент времени была 300мин$^{-1}$. Сколько полных оборотов сделает колесо через 1мин. и чему равна частота вращения его в конце этого промежутка времени?

4. В момент, когда скорость падающего тела ν_0=4м/с, оно разорвалось на три одинаковых осколка. Два осколка разлетелись в горизонтальной плоскости под прямым углом друг другу со скоростью ν=5м/с каждый. Найти скорость третьего осколка сразу после разрыва.

5. Определить работу, которую необходимо затратить, чтобы вывести ракету за пределы поля тяготения Земли, если ракета стартует с космического корабля, движущегося по орбите на уровне 600 км над поверхностью Земли. Масса ракеты 20 т.

6. Кислород массой 32г находится в закрытом сосуде под давлением 0,1МПа при температуре 290К. После нагревания давление в сосуде повысилось в 4 раза. Определите: 1) объем сосуда; 2) температуру до которой газ нагрели; 3) количество теплоты, сообщенное газом.

7. Некоторый газ массой m=5г расширяется изотермически от объема V_1 до объема V_2=2V_1. Работа расширения A=1кДж. Определите среднюю квадратичную скорость молекул газа.

8. При изобарном нагревании одноатомного газа, взятого в количестве ν =800 молей, ему сообщили количество теплоты 9,4 МДж. Определить работу газа и изменение его внутренней энергии.

9. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в эфир. Какова должна быть

плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в эфире был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость эфира ε=4,3.

10. Два равных точечных заряда по 10^{-8} Кл каждый находятся на расстоянии 1 м друг от друга. Вычислить напряженность E и потенциал φ в точке поля, находящейся на середине расстояния между зарядами. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния 0,5 м?

11. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Электроемкость такой батареи конденсаторов 90 пФ. Площадь пластины конденсатора S=100 $см^2$. Диэлектрик – стекло (ε=7). Какова толщина стекла?

12. Какого диаметра нужно выбрать медный провод, чтобы при допустимой плотности тока в 1 А/$мм^2$ сила тока в нем была 314 А?

Вариант 7.

1. Вагонетка, вес которой с грузом составляет P=8500Н, движется по горизонтальному пути под действием, испытывая сопротивление -0,01P. Рабочий толкает вагонетку с силой F=170Н. Через сколько времени рабочий сообщит вагонетке скорость ν=0,6м/с.

2. Частица движется вдоль оси X по закону $x = at^2 - bt^3$, где a и b – положительные постоянные. В момент t=0с сила, действующая на частицу, равна F_0. Найти значение силы, когда частица опять окажется в точке x=0.

3. Скорость вращения колеса, вращающегося под действием тормозящей силы равнозамедленно, за время t=1мин уменьшилась от 5рад/с до 3рад/с. Момент инерции колеса 2кг·$м^2$. Определить: угловое ускорение; момент силы торможения; работу силы торможения.

4. Человек массой 70кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой 1000кг, вращающейся вокруг неподвижной вертикальной оси с угловой скоростью 0,2рад/с, переходит к ее центру. Считая платформу однородным диском, а человека – материальной точкой, определите, с какой частотой будет вращаться платформа после этого перехода.

5. Определить скорость частицы, у которой релятивистский импульс превышает ее ньютоновский импульс в 2 раза.

6. Найти импульс молекулы водорода при температуре t=20 ^{0}С. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

7. Баллон массой m=1 кг, объемом V=1л заполнен азотом так, что при температуре t=20 ^{0}С давление в баллоне p=1 атм. С какой скоростью стал бы двигаться баллон, если бы удалось упорядочить хаотическое тепловое движение так, чтобы все молекулы азота двигались в одну сторону?

8. В сосуде объемом V = 2 л находится $N = 4{\cdot}10^{22}$ молекул двухатомного газа. Теплопроводность газа λ = 14 мВт/(м·К). Найти коэффициент диффузии D газа.

9. Найти напряженность поля в центре квадрата, в вершинах которого последовательно расположены заряды 1, 2, 3 и 4 Кл? Сторона квадрата а=10 см.

10. Плоский воздушный конденсатор, обкладки которого расположены горизонтально, заряжен до разности потенциалов, равной 500 В. Расстояние между обкладками конденсатора составляет 2см. Между обкладками находится в равновесии заряженная пылинка массой $2{\cdot}10^{-7}$кг. Каков заряд пылинки?

11. Два металлических шарика радиусами R_1=5 см и R_2=10 см имеют заряды q_1=40нКл и q_2=-20нКл соответственно. Найти энергию W, которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

12. Электрический чайник, содержащий объем $V = 600$ см^3 воды при $t_0 = 9$ ^{0}С, забыли выключить. Сопротивление нагревателя чайника $R = 16$ Ом. Через какое время τ после включения вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети $U = 120$ В, КПД нагревателя $\eta = 60\%$.

Вариант 8.

1. На материальную точку, совершающую прямолинейное движение, действует сила F, равномерно убывающая в течение t_0=10c. Какой путь она пройдет за это время, если начальная скорость равна нулю, а начальное ускорение a_0.

2. Точка совершает колебания, описываемые уравнением $x = 0{,}05 \sin 2t$. В некоторый момент сила, действующая на точку, и ее потенциальная энергия равны соответственно $F=5 \cdot 10^{-3}$Н и $E_p=10^{-4}$Дж. Чему равны фаза и кинетическая энергия точки в этот момент времени?

3. Определить угол, под которым тело брошено к горизонту, если максимальная высота подъема составляет 0,25 дальности его полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Маховик в виде диска массой m=100 кг и радиусом $R = 50$ см находится в состоянии покоя. Какую работу A_1 нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту вращения $n = 12$ с$^{-1}$? Какую работу A_2 пришлось бы совершить, если бы при той же массе диск имел меньшую толщину, но вдвое больший радиус?

5. Определить кинетическую энергию частицы, релятивистский импульс которой превышает ньютоновский импульс в 5 раз.

6. В сосуде при давлении p=10^5 Па и температуре

t=27 ^{0}C находится смесь азота, кислорода и гелия, массы которых равны. Найти плотность смеси газов.

7. Определить температуру газа, при которой средняя квадратичная скорость молекул водорода больше их наиболее вероятной скорости на Δv=400 м/с. Найти среднюю арифметическую скорость молекул водорода при этой температуре.

8. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема V_1 = 1 л до V_2 = 2 л. Найти работу A, совершенную газом при расширении, и количество теплоты Q, сообщенное газу.

9. Точечные заряды q_1=20 мкКл, q_2=10 мкКл находятся на расстоянии d=3 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на r_1=3 см от первого и r_2=4 см от второго заряда. Определить также силу F, действующую в этой точке на точечный заряд q=1 мкКл.

10. Точечный положительный заряд создает на расстоянии 10 см электрическое поле с напряженностью 1 В/м. Чему будет равна напряженность результирующего поля, если этот заряд внести в однородное электрическое поле с напряженностью 1 В/м, на расстоянии 10 см от заряда на линии, проходящей через заряд и перпендикулярной силовым линиям однородного поля?

11. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора, присоединенного к источнику напряжения с э.д.с. E=180 В, увеличивают от 5 до 10 мм. Площадь пластин конденсатора S=100 см^2. Определить работу по раздвижению пластин в двух случаях: 1) конденсатор перед раздвижением пластин отключен от источника; 2) конденсатор в процессе раздвижения пластин все время соединен с источником.

12. Трамвайный вагон потребляет ток 100 А при напряжении 600 В и развивает силу тяги 3000 Н. Определить

скорость движения трамвая на горизонтальном участке пути, если к.п.д. электродвигателя трамвая 80 %.

Вариант 9.

1.Материальная точка массой m=0,5кг движется под действием постоянной силы F=10Н. В начальный момент скорость точки равна v_0=2м/с. Определить ускорение и скорость в момент t=5с.

2. Небольшой груз совершает колебания по закону $x = 0{,}02\sin\pi(t + 0{,}5)$. Определите амплитуду, период, начальную фазу, а также максимальную скорость и ускорение груза.

3. К ободу сплошного диска радиусом R=0,5м приложена касательная сила F=100Н. Масса диска 32кг, угловое ускорение постоянное и равно 12 рад/с^2. Определите момент сил трения, действующих на диск.

4. Маховик, имеющий вид диска радиусом R = 50 см и массой m = 60 кг, может вращаться вокруг горизонтальной оси. На этой оси жестко закреплен шкив радиусом r = 20 см. По касательной к шкиву приложена постоянная сила F = 400 Н. Через сколько времени маховик раскрутится до частоты
n = 4 об / с?

5.Определите, на сколько процентов отличается полная энергия релятивистской частицы, вылетающей из ускорителя со скоростью v=0,75c (c – скорость света в вакууме), от ее энергии покоя.

6. В сосуде объемом V_1 находится одноатомный газ при давлении p_1 и температуре T_1, а в сосуде объемом V_2 такой же газ при давлении p_2 и температуре T_2. Какое давление и температура установятся в сосудах при их соединении? Теплообменом с окружающей средой и стенками сосудов пренебречь.

7. Определить, во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки массой m=1,75·10^{-12} кг, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости движения молекул азота?

8. В закрытом сосуде находится масса m_1 = 20 г азота и масса m_2 = 32 г кислорода. Найти приращение ΔU внутренней энергии смеси газов при охлаждении ее на ΔT = 28 К.

9. Два положительных точечных заряда q и 9q закреплены на расстоянии l=100 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряда.

10. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость V=1,5 ·10^5 м/с. Расстояние между пластинами d=10 мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

11. Отрицательный заряд $-5q$ и положительный $2q$ закреплены на расстоянии r друг от друга. Где на линии, соединяющей заряды, следует поместить положительный заряд q_1, чтобы он находился в равновесии? Расстояние отсчитывать от точки нахождения положительного заряда.

12. В сеть постоянного тока с напряжением U=110 В включен электромотор. Сопротивление обмотки электромотора R=2,0 Ом. Мотор потребляет ток силой I=8,0 А. Определить мощность, потребляемую мотором, механическую мощность и к.п.д. мотора.

Вариант 10.

1. Материальная точка массой m=0,5кг совершает движение согласно уравнениям: $x = 2t^2 + 1;\quad y = t^2 - 1$. Определить величину и направление силы, действующей на точку, в момент t=1с.

2. Две пружины с жесткостью, соответственно равной k_1 и k_2 соединены один раз последовательно, второй раз параллельно. Во сколько раз будут отличаться периоды вертикальных колебаний груза на таких пружинах.

3. Колесо радиусом R=0,2м вращается с угловой скоростью $\omega = 2At + 3Bt^3$ (А=2рад/с^2; В=12рад/с^2). Определить полное число точек обода колеса через t=2с после начала вращения и число оборотов за это время.

4. Ствол пушки направлен под углом 45^0 к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в 50 раз меньше массы пушки, ν_0=180м/с. Найти скорость пушки сразу после выстрела, если колеса освободить.

5. Определить релятивистский импульс нейтрона, кинетическая энергия которого 1ГЭв.

6. Цилиндрический сосуд длиной *l*=85 см разделен на две части легкоподвижным поршнем. При каком положении поршня давление в обеих частях цилиндра будет одинаково, если одна часть заполнена кислородом, а другая водородом такой же массы? Температура в обеих частях цилиндра одинакова.

7. Молекула кислорода, ударившись о стенку сосуда, передала ей импульс Δp=5,06 $\cdot 10^{-23}$ кг $\cdot$ м / с. Найти температуру газа в сосуде, если скорость данной молекулы была направлена под углом α=30^0 к стенке и равнялась по величине удвоенной среднеквадратичной скорости.

8. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти для этих газов отношение:

а) коэффициентов диффузии; б) вязкости; в) теплопроводностей. Диаметры этих молекул газов считать одинаковыми.

9. Два положительных точечных заряда q и 9q закреплены на расстоянии l=100 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряда.

10. Два заряда, находясь в воздухе на расстоянии $5\,см$, действуют друг на друга с силой $12 \cdot 10^{-5} H$, а в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии $10 см$, с силой $1{,}5 \cdot 10^{-5} H$. Какова относительная диэлектрическая проницаемость жидкости?

11. Плоский конденсатор с площадью пластин S=200 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов U=2 кВ. Расстояние между пластинами d=2 см. Диэлектрик - стекло (ε=7). Определить энергию W поля конденсатора и плотность ω энергии поля.

12. Электрогрелка имеет три одинаковых секции. Во сколько раз быстрее будет нагревать грелка некоторое количество воды от 10^{0}С до 100 ^{0}С при параллельном включении всех секций, нежели при последовательном их включении? Начертить схемы включения секций.

Список литературы

1. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие / Т.И. Трофимова. – 15-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2007. – 559с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по техн. и технол. напр. и спец.: в 3 т. Т.1 / И.В.Савельев. – 3-е изд., стереотип. – М.: Лань, 2007. – 352с.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по техн. и технол. напр. и спец.: в 3 т. Т.2 / И.В.Савельев. – 3-е изд., стереотип. – М.: Лань, 2007. – 467с.
4. Детлаф А.А. Курс физики: учеб. пособие для студ. втузов / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – 5-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2005. – 720с.
5. Поливанов М.А. Электричество и магнетизм: учеб. пособие / М.А. Поливанов [и др.]. – Казань: Изд-во Казан. гос.технол.ун-та., 2007. –164 с.