

Министерство высшего и среднего специального
образования РСФСР

Казанский ордене Трудового Красного Знамени
химико-технологический институт им. С.М. Кирова

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО КУРСУ "РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ
ХИМИЧЕСКИХ МАШИН И АППАРАТОВ".
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ ВАЛОВ
Методические указания

Казань 1986

Методические указания содержат необходимые теоретические предпосылки и порядок выполнения работ по определению критических скоростей вращения, являющихся частью лабораторного практикума по курсу "Расчет и конструирование химических машин и аппаратов".

Работа предназначена для студентов, обучающихся по специальности 0516.

Составители: проф. И. И. Поникаров, доц. Б. М. Азиев,
доц. В. А. Булкин, доц. М. Г. Гайнуллин

Рецензенты: канд. техн. наук Н. В. Чепегин,
канд. техн. наук Б. Н. Матинко

Лабораторная работа I

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ВАЛА С ОДНИМ ДИСКОМ

Цель работы: 1) ознакомление с методикой расчета критической скорости вращения вала с одним диском при различных вариантах закрепления вала в опорах; 2) развитие умения экспериментально определять критическое число оборотов вала с одним диском.

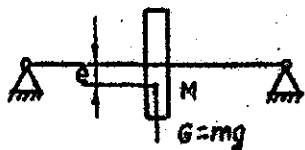
Понятие о критической скорости вращения валов

Роторы машин, состоящие из вала с насаженными на него сосредоточенными массами, всегда подвержены колебаниям или вибрациям. Источником этих вибраций является несбалансированность, т.е. смещение от оси вращения вала центра тяжести вала или насаженных на него деталей.

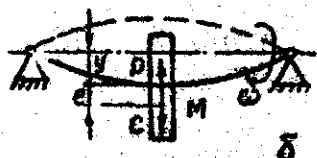
Обычно центр тяжести вала с вращающейся деталью имеет эксцентриситет относительно геометрической оси ее вращения либо за счет неточности изготовления, либо за счет статического прогиба, либо за счет прогиба от случайного импульса силы, сместившего положение центра тяжести с геометрической оси вала. Наличие эксцентриситета способствует возникновению неуравновешенной центробежной силы во вращающихся деталях.

Установлено, что в зависимости от скорости вращения вала его колебания могут иметь различную амплитуду. Скорости вращения, при которых валы становятся особо неустойчивыми, теряют свою упругую форму и приобретают прогибы, опасные для длительной работы, называются критическими скоростями. Возникновение критических скоростей при вращении валов аналогично возникновению резонансных явлений в колебательных системах, где совпадение частоты вынужденных

и собственных колебаний системы (балки) приводит к критическим прогибам. Колебания вала при вращении также можно рассматривать как вынужденные колебания (например в вертикальной плоскости). Колебания считаются вынужденными, если они вызваны принудительно внешней силой. В данном случае внешней силой является центробежная сила вращающихся неуравновешенных масс. Прогибы при этих колебаниях будут иметь максимум, если вынужденные колебания по частоте совпадут с собственными колебаниями вала. Причем численные значения собственных колебаний зависят от свойств материала вала (жесткости, плотности и др.).



а



б

Рис. I. I. Схема невесомого вала с одной сосредоточенной массой
а - неподвижный вал; б - вращающийся вал

Рассмотрим действие центробежной силы от неуравновешенных масс на вал с одним диском. Допустим, что вал невесомый, абсолютно упругий и может получать неограниченный прогиб (рис. I. I). Определим прогиб вала под действием центробежной силы вращающейся массы диска, центр тяжести которого имеет начальный эксцентриситет. Пусть m - масса диска, e - начальный эксцентриситет ее центра тяжести M относительно оси вала. На вал действует центробежная сила

$$C = m\omega^2 r, \quad (I. I)$$

где r - радиус вращения точки M ; ω - угловая скорость вращения.

Первоначально $r=e$, но после того, как вал получит упругий прогиб y , радиус вращения станет равным $r=e+y$, а центробежная сила

$$C' = m\omega^2 (e+y) \quad (I. 2)$$

Центробежная сила C' стремится переместить точку по радиусу от оси вращения. Этому движению препятствует сила упругости вала, действующая на точку M пропорционально его прогибу:

$$P = ky \quad (I. 3)$$

Коэффициент пропорциональности K характеризует силу, вызывающую единичный прогиб, а также изгибную жесткость вала (размерность в Н/м или кгс/см). Других сил, действующих на диск, нет, поэтому уравнение равновесия сил имеет вид

$$C' = P \quad \text{или} \quad m\omega^2 (e+y) = ky. \quad (I. 4)$$

Из этого уравнения легко найти зависимость прогиба вала от скорости вращения ω и начального эксцентриситета e :

$$y = \frac{m\omega^2 e}{k - m\omega^2} \quad (I. 5)$$

При определенном значении угловой скорости выражение $(k - m\omega^2)$, стоящее в знаменателе, обращается в нуль. При этом прогиб становится бесконечным. Это значение угловой скорости и является критическим:

$$k - m\omega^2 = 0, \quad (I. 6)$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (I. 7)$$

Формула (I. 7) может быть преобразована к виду, более удобному для расчетов. Для этого запишем уравнение равновесия вала с одним диском, свободно лежащего на опорах. Аналогично уравнению (I. 4) будем иметь

$$mg = k f_{ст}, \quad (I. 8)$$

где $f_{ст}$ - статический прогиб; k - сила, вызывающая единичный прогиб; g - ускорение свободного падения.

Определив из уравнения (I. 8) величину k и подставив ее в уравнение (I. 7), получим

$$\omega_k = \sqrt{\frac{g}{f_{ст}}} \quad (I. 9)$$

Принимая во внимание, что величина g в условиях решаемой задачи (в земных условиях) практически постоянна, можно сделать вывод, что значение критической скорости зависит от статического прогиба, характеризующего жесткость данной системы (вала).

В реальных условиях прогиб вала y становится бесконечно большим, как это следует из соотношения (I. 5), даже при критических ско-

ростях вращения. Однако длительное вращение вала при критических скоростях может привести к потере упругости и усталостному излому вала за счет большого прогиба.

Анализ влияния величины начального эксцентриситета на прогиб вала при вращении позволяет обнаружить вероятностный или неустойчивый характер явления. Для того, чтобы критическое явление имело место, наличие начального эксцентриситета необязательно. Следует отметить, что при критической скорости вращения прогиб неограниченно возрастает. При $e=0$, согласно уравнению (1.5), прогиб $y=0$ при любой скорости вращения. Однако достаточно случайного отклонения вала от равновесия, чтобы при $\omega=\omega_k$ прогиб стал "бесконечно большим".

Во вращающихся валах можно обнаружить явление самоцентрирования. Для того, чтобы объяснить явление самоцентрирования, найдем предел, к которому стремится прогиб вала при неограниченном возрастании скорости вращения. Разделив числитель и знаменатель дроби в правой части уравнения (1.5) на $m\omega^2$, получим

$$y = \frac{e}{k/m\omega^2 - 1} \quad (1.10)$$

Отсюда при $\omega \rightarrow \infty$ $k/m\omega^2 \rightarrow 0$ и $y \rightarrow (-e)$. Физически это означает: вал изгибается таким образом, что центр тяжести приближается к оси вращения. При этом радиус вращения центра тяжести $r=e+y$ и центробежная сила, возбуждающая колебания вала, значительно уменьшаются. Полного самоцентрирования (т.е. $y=-e$) практически достичь невозможно, так как нельзя достичь бесконечной скорости вращения.

Полученная формула (1.9) позволяет определить критическую угловую скорость невесомого вала, несущего одну сосредоточенную массу. Учесть влияние собственного вала на критическую угловую скорость можно, если воспользоваться принципом независимости влияния масс (принципом суперпозиции). Тогда критическая угловая скорость тяжелого вала с одним диском будет определяться по формуле, предложенной Донкером:

$$\frac{1}{\omega_{кр}^2} = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_1^2}, \quad (1.11)$$

где ω_0 - первая критическая угловая скорость тяжелого вала; ω_1 - критическая угловая скорость невесомого вала с одним диском.

Влияние характера опор на критическую скорость вращения вала

При определении критических скоростей вращающихся валов необходимо учитывать характер опор (подшипников). Принято условно называть опоры, допускающие поворот оси вала относительно оси опоры, короткими (рис. 1.2а), а опоры, не допускающие этого поворота, длинными (рис. 1.2б).

В первом случае опора по характеру воздействия на цапфу вала близка к шарнирному закреплению, а во втором случае - к жесткому закреплению. К коротким опорам относят радиальные однорядные шариковые, двухрядные сферические шариковые и роликовые подшипники, узкие роликовые подшипники, а к длинным - подшипники с длинными цилиндрическими роликами, игольчатые подшипники и подшипники скольжения, длина которых равна 3-4 диаметрам вала и более. Сдвоенные, двухрядные и многорядные шариковые и роликовые подшипники также относятся к длинным опорам.

В технике встречаются следующие расчетные схемы закрепления вала в опорах (см. рис. 1.2): а) вал в коротких опорах; б) вал в длинных опорах; в) вал, у которого одна из опор короткая, другая длинная.

Расчетные формулы для определения значений ω_0 тяжелого вала в зависимости от принятой схемы закрепления вала будут иметь следующий вид:

а) вал в коротких опорах

$$\omega_0 = \frac{\pi^2 n^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EJ}{q}}, \quad (1.12)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ - целое положительное число, равное номеру критической скорости; ℓ - расстояние между опорами, м; g - ускорение свободного падения, м/с²; E - модуль упругости первого рода, Па;

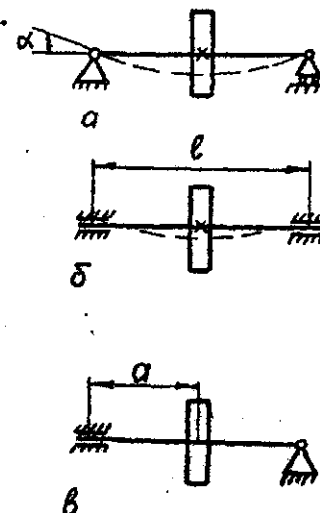


Рис. 1.2. Схемы закрепления валов

а - вал в коротких опорах;
б - вал в длинных опорах;
в - вал в смешанных опорах

J - экваториальный момент инерции сечения вала, м^4 ; q - удельная нагрузка (вес единицы длины тяжелого вала), Н/м ;

б) вал в длинных опорах

$$\omega_0 = \frac{\pi^2 n^2}{4\ell} \sqrt{\frac{g E J}{q}} \quad (I.13)$$

где $n = 3, 5, 7, \dots$ (ряд нечетных чисел, начиная с 3);

в) вал в одном длинном и одном коротком подшипниках

$$\omega_0 = \frac{\pi^2 n^2}{16\ell^2} \sqrt{\frac{g E J}{q}} \quad (I.14)$$

где $n = 4k + 1$, а величина $k = 1, 2, 3, \dots$ (ряд чисел).

При расчете первой критической скорости в формулах (I.12) - (I.14) принимаются наименьшие значения n . Расчет ω_1 производится по формуле (I.9), где переменной величиной, учитывающей влияние опор, будет прогиб f_{cm} . С учетом расчетных схем закрепления вала формулы для определения f_{cm} и ω_1 будут иметь следующий вид.

Вал в коротких подшипниках. Прогиб f_{cm} в месте приложения силы определяется как для балки, опирающейся на две шарнирные опоры:

$$f_{cm} = \frac{G}{3EJ} \frac{(\ell - a)^2 a^2}{\ell} \quad (I.15)$$

Используя уравнение (I.9), имеем

$$\omega_1^2 = \frac{3gEJ\ell}{G(\ell - a)^2 a^2} \quad (I.16)$$

где E - модуль упругости материала, Па; G - вес диска, Н; a - расстояние от левого подшипника до диска, м; ω_1 - критическая угловая скорость, рад/с; ℓ - расстояние между опорами, м.

Для случая, когда диск расположен в середине вала $a = \ell/2$ уравнение (I.16) приводится к виду

$$\omega_1 \approx 6,93 \sqrt{\frac{gEJ}{G\ell^3}} \quad (I.17)$$

Вал в длинных подшипниках. Прогиб f_{cm} определяется как для балки, жестко заделанной по концам:

$$f_{cm} = \frac{G}{3EJ} \frac{(\ell - a)^3 a^3}{\ell^3} \quad (I.18)$$

Подставив данное значение f_{cm} в уравнение (I.9), получим

$$\omega_1^2 = \frac{3gEJ\ell^3}{G(\ell - a)^3 a^3} \quad (I.19)$$

Если диск расположен посередине, то

$$\omega_1 \approx 13,86 \sqrt{\frac{gEJ}{G\ell^3}} \quad (I.20)$$

Вал в одном длинном и одном коротком подшипниках. Прогиб определяется по формуле

$$f_{cm} = \frac{G a^3 \ell^2 (3\ell + b)}{12EJ\ell^3} \quad (I.21)$$

Подставив полученное значение в уравнение (I.9), найдем

$$\omega_1^2 = \frac{12gEJ\ell^3}{G a^3 \ell^2 (3\ell + b)} \quad (I.22)$$

где $b = \ell - a$.

В смешанном варианте опор (одна опора длинная, другая короткая) величина a равна расстоянию диска от опоры, соответствующей длинному подшипнику или жесткому закреплению. В частности, при расположении диска в середине после замены $a = \ell/2$ и $b = \ell/2$ получим

$$\omega_1 \approx 10,74 \sqrt{\frac{gEJ}{G\ell^3}} \quad (I.23)$$

Различные варианты опор удобно сравнивать в тех случаях, когда диск расположен посередине. Сопоставляя выражения (I.17) и (I.20), видим, что во втором случае (два длинных подшипника) критическая скорость вдвое больше, чем в первом (два коротких подшипника). Это связано с тем, что жесткость вала в длинных подшипниках больше, чем жесткость того же вала в коротких. Если один подшипник длинный, а другой короткий, то получается промежуточный результат (I.23).

Описание экспериментальной установки

Установка (рис. I.3) состоит из горизонтального вала 7, на котором с помощью разрезной конической втулки и затяжной гайки закреплена стальная диск 5. Вал вращается в опорах 4 и 8, каждая из которых представляет собой металлический корпус, укрепленный на

ферме установки. В корпусе размещается шариковый однорядный радиальный подшипник. С торцев корпус имеет крышки, необходимые для удержания смазки в подшипнике и защиты его от пыли. Вращение вала осуществляется электродвигателем переменного тока 2 через жесткую муфту 3.

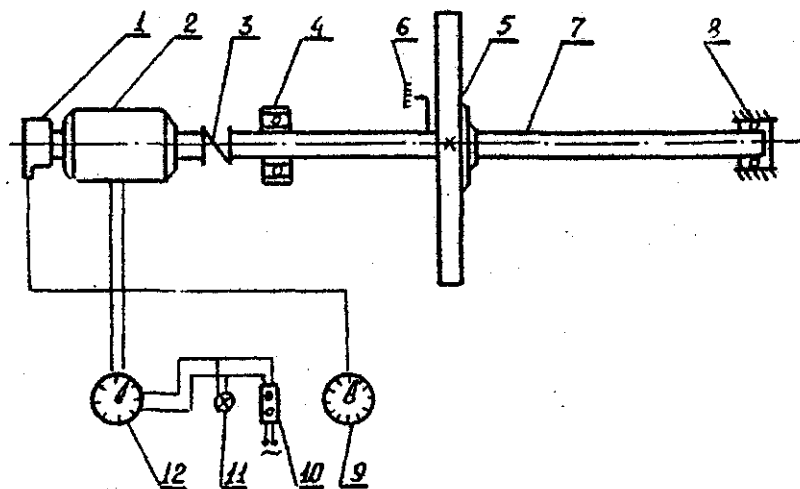


Рис. 1.3. Схема экспериментальной установки

Число оборотов электродвигателя можно изменить с помощью трансформатора 12, ручка управления которого выведена на пульт управления. Измерение числа оборотов вала осуществляется электрогенератором 1, связанным с электротактометром 9 (шкала последнего отградуирована в об/мин). Тактометр имеет две стрелки: маленькая показывает тысячи оборотов в минуту, большая — сотни и десятки. Цена деления шкалы маленькой стрелки 100 об/мин, большой — 10 об/мин.

Все показывающие и измерительные приборы смонтированы в пульт управления. Здесь же находится пакетный выключатель 10 марки АП50-3, обеспечивающий питание установки. С помощью его осуществляется пуск и остановка электродвигателя. В линию трансформатора смонтирована сигнальная лампа 11, показывающая подачу напряжения к электродвигателю.

Фиксация прогиба вала производится с помощью специального устройства 6, имеющего подвижную стрелку с регулируемым противовесом, которая опирается на вал и успокоительное устройство, состоящее из пружины и масляного демпфера.

Вся установка смонтирована на лабораторном стенде.

Порядок проведения опытов

1. Ознакомиться с устройством установки и инструкцией по технике безопасности.
2. Установить ручку трансформатора поворотом против часовой стрелки на ограничитель (50 В).
3. Проверить положение стрелок тахометра и указателя прогиба вала (должны находиться на нуле).
4. Нажать кнопку выключателя. Загорание сигнальной лампы указывает, что установка включена в сеть.
5. Повернуть ручку трансформатора до отметки 70-90 В для того, чтобы добиться начального вращения вала. Дальнейшее увеличение напряжения проводить только по мере прекращения движения стрелки электротактометра. Визуально установив момент достижения критической скорости вращения вала по максимальным прогибам, необходимо зафиксировать показание тахометра и перевести ручку трансформатора на 20-30 В вперед или назад, чтобы вывести вал из области критической скорости вращения. Измерения произвести 3-4 раза с переходом к критической скорости из области низких и высоких скоростей. Вычислить среднее значение.
6. Вывести ручку трансформатора на ограничитель 50 В.
7. Отключить установку от сети нажатием красной кнопки выключателя.
8. Привести в порядок рабочее место и одать установку преподавателю.

Порядок проведения работы

1. Подготовить исходные данные для теоретических расчетов критической скорости вала. При расчетах принять следующие значения величин: модуль упругости для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; ускорение свобод-

ного падения $q = 9,81 \text{ м/с}^2$; плотность стали $\rho = 7,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Расчет веса диска G и веса вала G_g производится через их объем и плотность ($m = \rho V$, $G = mg$). Распределенная нагрузка от веса вала находится как $q_g = G_g / \ell$. Момент инерции сечения вала $J = \pi d^4 / 64$, где d - диаметр вала.

2. Снять геометрические размеры вала, диска и измерить расстояния между опорами и местом закрепления диска, для чего необходимо открыть защитный кожух. На установке имеются отметки, определяющие положение центров опор и диска.

3. Провести теоретические расчеты критических скоростей вращения тяжелого вала с диском для трех расчетных схем (см. рис. I, 2а, б, в).

4. Измерить экспериментально критическую скорость вращения вала на установке. Результаты исследований занести в таблицу.

5. Пересчет чисел оборотов в угловую скорость производить по формуле

$$\omega_{кр} = \frac{\pi n_{кр}}{30} \quad (I.24)$$

Таблица результатов исследований и расчетов

Исходные и измеренные величины	Расчетные схемы			
	I	II	III	
	2	3	4	
Плотность материала вала и диска ρ , кг/м ³				
Расстояние между опорами ℓ , м				
Расстояние от диска до левой опоры a , м				
Расстояние от диска до правой опоры b , м				
Диаметр вала d , м				
Диаметр диска D , м				
Толщина диска h , м				
Среднее значение критического числа оборотов, измеренное экспериментально $n_{кр.эксп.}$, об/мин				

Вычисленные величины

Вес вала G_g , Н

Удельная нагрузка от массы вала q_g , Н/м

Окончание таблицы

I	2	3	4
Центральный момент инерции вала J , м ⁴			
Критическая скорость тяжелого вала ω_0 , рад/с			
Критическое число оборотов тяжелого вала n_0 , об/мин			
Критическая скорость невесомого вала с диском ω_1 , рад/с			
Критическое число оборотов невесомого вала с диском n_1 , об/мин			
Критическая скорость оборотов тяжелого вала с диском $\omega_{кр}$, рад/с			
Критическое число оборотов тяжелого вала с диском $n_{кр}$, об/мин			
Расхождение расчетного и измеренного значений критической скорости:			
$\Delta = \frac{(n_{кр} - n_{кр.эксп.}) \cdot 100}{n_{кр}}, \%$			

Содержание отчета

1. Номер и наименование работы.
2. Теоретические предпосылки к работе и расчеты критической скорости, включая:
 - а) расчетные схемы вала;
 - б) исходные данные, формулы и расчеты в числовом виде для каждой схемы.
3. Таблица измеренных и расчетных величин.
4. Расчет абсолютного и относительного (в процентах) расхождения средней измеренной и вычисленных значений $n_{кр}$ для каждой принятой расчетной схемы.
5. Выводы о характере опор в исследуемом элементе.

Лабораторная работа 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРВОЙ КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ВАЛА С НЕСКОЛЬКИМИ ДИСКАМИ

Цель работы: 1) определение первой критической скорости вращения вала с несколькими дисками расчетным путем по точному и приближенным методам; 2) экспериментальное определение первой критической скорости вращения вала с несколькими дисками; 3) сравнение расчетных и экспериментальных значений первой критической скорости.

Критические скорости вращения вала с несколькими дисками

Роторы машин, состоящие из вала с насаженными на него дисками или другими массивными телами, при определенных скоростях вращения становятся неустойчивыми и теряют свою прямолинейную форму, испытывая значительные прогибы, что сопровождается вибрациями опор, станин, фундаментов и может привести к поломкам отдельных элементов машин. При дальнейшем повышении скорости вращения колебания прекращаются, но возобновляются, когда скорость достигает некоторого нового значения. Скорости вращения, при которых возникают опасные для работы машин колебания валов, называются критическими.

Рассмотрим вращающийся вал с двумя дисками (рис.2.1), на который действуют центробежные силы C_1 и C_2 :

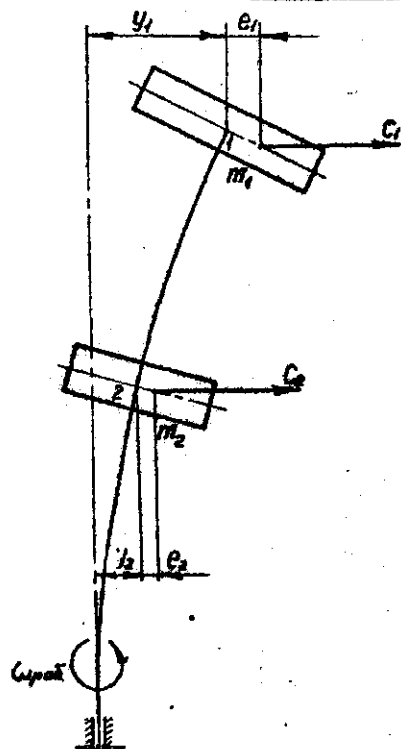


Рис.2.1. Схема вращающегося вала с двумя дисками

$$\begin{aligned} C_1 &= m_1 \omega^2 (e_1 + y_1), \\ C_2 &= m_2 \omega^2 (e_2 + y_2), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где m_1, m_2 — массы дисков; e_1, e_2 — эксцентриситеты центров тяжести дисков относительно оси вала; y_1, y_2 — упругие прогибы вала при угловой скорости ω .

Используя коэффициенты влияния a_{11}, a_{12}, a_{21} и a_{22} , прогибы y_1 и y_2 можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11} C_1 + a_{12} C_2 = a_{11} m_1 \omega^2 (e_1 + y_1) + a_{12} m_2 \omega^2 (e_2 + y_2), \\ y_2 &= a_{21} C_1 + a_{22} C_2 = a_{21} m_1 \omega^2 (e_1 + y_1) + a_{22} m_2 \omega^2 (e_2 + y_2). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Раскрыв скобки и перенося величины, не содержащие неизвестные, в правую часть, получим систему из двух линейных неоднородных уравнений относительно y_1 и y_2 :

$$\begin{aligned} y_1 (a_{11} m_1 \omega^2 - 1) + y_2 a_{12} m_2 \omega^2 &= -A_1; \\ y_1 a_{21} m_1 \omega^2 + y_2 (a_{22} m_2 \omega^2 - 1) &= -A_2, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $A_1 = a_{11} m_1 \omega^2 e_1 + a_{12} m_2 \omega^2 e_2$; $A_2 = a_{21} m_1 \omega^2 e_1 + a_{22} m_2 \omega^2 e_2$.

Систему (2.3) можно решить с помощью определителей. Решение так известно, может быть представлено в виде дроби, знаменателем которой является определитель системы, составленный из коэффициентов при неизвестных, а числителем — тот же определитель, в котором коэффициенты при искомом неизвестном заменены свободными членами.

Таким образом,

$$y_1 = \frac{\begin{vmatrix} -A_1 & a_{12} m_2 \omega^2 \\ -A_2 & a_{22} m_2 \omega^2 - 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} m_1 \omega^2 - 1 & a_{12} m_2 \omega^2 \\ a_{21} m_1 \omega^2 & a_{22} m_2 \omega^2 - 1 \end{vmatrix}}; \quad (2.4)$$

* Коэффициентом влияния a_{ik} называется прогиб в точке i от единичной силы, приложенной в точке k .

$$y_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11}m_1\omega^2 - 1 & -A_1 \\ a_{21}m_1\omega^2 & -A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11}m_1\omega^2 - 1 & a_{12}m_2\omega^2 \\ a_{21}m_1\omega^2 & a_{22}m_2\omega^2 - 1 \end{vmatrix}} \quad (2.5)$$

Анализ выражений (2.4) и (2.5) показывает, что возможен случай, когда прогибы неограниченно возрастают: $y_1 = y_2 = \infty$. При этом определитель, стоящий в знаменателе, становится равным 0. Соответствующее этому случаю ω и будет критическим. Его можно определить из уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}m_1\omega_{кр}^2 - 1 & a_{12}m_2\omega_{кр}^2 \\ a_{21}m_1\omega_{кр}^2 & a_{22}m_2\omega_{кр}^2 - 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.6)$$

Раскрыв определитель, будем иметь

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)m_1m_2\omega_{кр}^4 - (a_{11}m_1 + a_{22}m_2)\omega_{кр}^2 + 1 = 0. \quad (2.7)$$

Подстановкой $\omega_{кр}^2 = u$ биквадратное уравнение (2.7) можно превратить в квадратное:

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)m_1m_2u^2 - (a_{11}m_1 + a_{22}m_2)u + 1 = 0. \quad (2.8)$$

Уравнение (2.8), как известно, имеет два решения:

$$u_{1,2} = \frac{(a_{11}m_1 + a_{22}m_2) \pm \sqrt{(a_{11}m_1 + a_{22}m_2)^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)m_1m_2}}{2(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)m_1m_2}. \quad (2.9)$$

Определив $u_{1,2}$, нетрудно найти $\omega_{кр}$:

$$\omega_{кр1} = +\sqrt{u_1}; \quad \omega_{кр2} = +\sqrt{u_2}. \quad (2.10)$$

Отрицательные значения корней отбрасываем как не соответствующие физическому смыслу задачи. Таким образом, вал с двумя массами имеет две критические скорости вращения: меньшая принимается за первую критическую, большая — за вторую критическую скорость.

Для учета влияния собственной массы вала m_0 можно использовать правило Е.Б.Дунца, добавляя к массам дисков $2/3$ массы вала и распределяя эту добавку пропорционально сосредоточенным нагрузкам. Други

ими словами, к каждой сосредоточенной массе m_i прибавляется величина Δm_i , равная

$$\Delta m_i = 0,66 m_0 \frac{m_i}{\sum_1^n m_i}. \quad (2.11)$$

Приведенные выше рассуждения имеют общий характер. Поэтому для вала с тремя дисками уравнение, позволяющее определить критические угловые скорости, может быть представлено аналогично уравнению (2.6) в форме определителя третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} (a_{11}m_1\omega_{кр}^2 - 1) & a_{12}m_2\omega_{кр}^2 & a_{13}m_3\omega_{кр}^2 \\ a_{12}m_1\omega_{кр}^2 & (a_{22}m_2\omega_{кр}^2 - 1) & a_{23}m_3\omega_{кр}^2 \\ a_{31}m_1\omega_{кр}^2 & a_{32}m_2\omega_{кр}^2 & (a_{33}m_3\omega_{кр}^2 - 1) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

Раскрывая этот определитель и решая полученное уравнение 6-й степени относительно $\omega_{кр}$, получим, в конечном итоге, три значения критической скорости вращения для вала с тремя массами. Аналогично для вала с 4-мя дисками будем иметь определитель четвертого порядка и четыре критических скорости вращения, для вала с 5-ю дисками — определитель пятого порядка и пять критических скоростей вращения и т.д.

Рассмотренные выше методы определения критических скоростей валов имеют ограниченную применимость. Если число дисков превышает 5, то задача раскрытия определителя и решения полученного уравнения становится трудоемкой и требует использования ЭВМ. Например, определитель 6-го порядка содержит $6! = 720$ членов, каждый из которых является произведением шести сомножителей, а определитель 10-го порядка имеет $10! = 3628800$ членов, получающихся в результате перемножения 10 сомножителей. Трудности еще более возрастают, если сечение вала переменное и его собственной массой пренебречь нельзя.

Ввиду сложности точных методов часто пользуются приближенными, из которых обычно применяют метод наложения (метод Донкерли) и энергетический метод Рэлея.

Метод наложения. Этот метод заключается в применении различных вариантов формулы Донкерли, полученной в 1894 г. на основании ре-

результатов испытаний и позднее получившей теоретическое подтверждение. Формула позволяет определить величину наименьшей (первой) критической скорости $\omega_{кр}$ и для невесомого вала, несущего n сосредоточенных масс, может быть представлена в виде

$$\frac{1}{\omega_{кр}^2} = \sum_{i=1}^n a_{ii} m_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots + \frac{1}{\omega_i^2} + \dots + \frac{1}{\omega_n^2}, \quad (2.13)$$

где a_{ii} - прогиб в i -й точке от единичной силы, приложенной в этой же точке; m_i - сосредоточенная масса, приложенная в i -й точке; ω_i - первая критическая скорость вращения вала, нагруженного только i -й массой.

Влияние собственной массы вала можно также учесть. В этом случае

$$\frac{1}{\omega_{кр}^2} = \frac{1}{\omega_0^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2}, \quad (2.14)$$

где ω_0 - первая критическая угловая скорость вала, нагруженного только собственной распределенной массой. Часто при расчетах эту массу распределяют по дискам или заменяют рядом сосредоточенных масс (в этих случаях $1/\omega_0^2 = 0$).

Для вала, нагруженного только распределенной по какому-либо закону непрерывной нагрузкой $q(x)$, формула Донкерли имеет вид

$$\frac{1}{\omega_{кр}^2} = \frac{1}{g} \int_0^l a_{xx} q(x) dx, \quad (2.15)$$

где a_{xx} - прогиб в точке с координатой x от единичной силы, приложенной в этой же точке.

При совместном действии сосредоточенных и распределенных сил будем иметь

$$\frac{1}{\omega_{кр}^2} = \sum_{i=1}^n a_{ii} m_i + \frac{1}{g} \int_0^l q(x) a_{xx} dx. \quad (2.16)$$

Метод наложения дает значения критических угловых скоростей меньше действительных на 3-10%.

Энергетический метод Рэлея. Сущность этого метода заключается в применении к колеблющемуся телу (например, упругой балке) принципа сохранения энергии, при этом предполагаются колебания без потерь:

$$T + U = \text{const}, \quad (2.17)$$

где T - кинетическая энергия; U - потенциальная энергия колеблющейся системы.

С помощью энергетического метода можно определить частоту поперечных колебаний балки (т.е. и критическую скорость вращения), если известна форма изогнутой оси (упругой линии) балки при колебаниях.

Как известно, кинетическая энергия колеблющейся балки с n сосредоточенными массами равна

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i V_i^2, \quad (2.18)$$

а потенциальная энергия

$$U = \frac{1}{2} g \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad (2.19)$$

где V_i - скорость движения массы m_i ; y_i - прогиб (отклонение от положения равновесия) балки в точке приложения массы m_i в момент времени t .

Рассмотрим случай колебания с наименьшей частотой, когда все массы одновременно достигают максимального удаления от положения покоя и одновременно проходят через него, накапливая в этих двух положениях максимум кинетической или потенциальной энергии. При прохождении через положение равновесия, которому соответствует недеформируемое состояние балки ($y_i = 0$), потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая достигает значения $T_{\max}$, так как скорость движения в этом положении максимальна. Условие (2.17) запишется в виде

$$T_{\max} + 0 = \text{const}. \quad (2.20)$$

Обратное происходит при максимальном удалении всех масс от состояния покоя ($y_i = y_{i\max}$). В этот момент массы прекращают свое движение, чтобы начать обратное перемещение. Скорость и кинетическая энергия равны нулю, а потенциальная энергия достигает значения $U_{\max}$. В этом случае

$$0 + U_{\max} = \text{const}. \quad (2.21)$$

Приравнивая согласно закону сохранения энергии выражения (2.20) и (2.21), будем иметь

$$T_{\max} = U_{\max} \quad (2.22)$$

Так как массы совершают гармонические колебания, их движение можно описать уравнением

$$y_i = \lambda_i \sin(\omega t + \alpha), \quad (2.23)$$

где λ_i - амплитуда колебаний в i -й точке; ω - круговая частота; α - фаза колебаний.

Тогда скорость i -й точки будет равна

$$v_i = \frac{dy_i}{dt} = \lambda_i \omega \cos(\omega t + \alpha). \quad (2.24)$$

Очевидно, что $y_i = y_{i\max}$ в момент времени, когда $\sin(\omega t + \alpha) = 1$ (в этот момент $v_i = 0$, так как $\cos(\omega t + \alpha) = 0$), т.е. $y_{i\max} = \lambda_i$. Максимальное значение скорости будет наблюдаться в момент времени, когда $\cos(\omega t + \alpha) = 1$ (в этот момент $y_i = 0$, так как $\sin(\omega t + \alpha) = 0$), т.е. $v_{i\max} = \lambda_i \omega$.

Подставляя значения $y_{i\max}$ и $v_{i\max}$ в уравнения (2.18) и (2.19), получим

$$T_{\max} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i \lambda_i^2, \quad (2.25)$$

$$U_{\max} = \frac{g}{2} \sum_{i=1}^n m_i \lambda_i. \quad (2.26)$$

Используя равенство (2.22), запишем

$$\frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i \lambda_i^2 = \frac{g}{2} \sum_{i=1}^n m_i \lambda_i, \quad (2.27)$$

откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n m_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^n m_i \lambda_i^2}}. \quad (2.28)$$

Таким образом, уравнение (2.28) позволяет определить наименьшую собственную частоту колебаний балки с n сосредоточенными массами, т.е. и наименьшую (первую) критическую скорость вращения рассматриваемой системы (т.к. $\omega_{кр1} = \omega$).

Рэлей предложил заменить амплитуды колебаний λ_i статическими прогибами балки, т.е. принять

$$\omega = \omega_{кр1} = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n m_i f_i}{\sum_{i=1}^n m_i f_i^2}}, \quad (2.29)$$

где f_i - статический прогиб в точке i при совместном действии всех сосредоточенных нагрузок.

Если одновременно действуют сосредоточенная и распределенная по какому-либо закону нагрузки $q(x)$, то формула Рэрея примет вид

$$\omega_{кр} = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n m_i f_i + \int_0^l q(x) y dx}{\sum_{i=1}^n m_i f_i^2 + \int_0^l q(x) y^2 dx}}, \quad (2.30)$$

где $y = y(x)$ - уравнение упругой линии балки (вала).

В этом случае f_i и $y(x)$ определяются при совместном действии и сосредоточенных, и распределенных нагрузок.

Зависимость (2.30) позволяет, в частности, учесть при расчетах собственную массу вала, рассматривая ее как равномерно распределенную нагрузку. С этой же целью можно использовать и правило Е.Б.Лунца.

Таким образом, значения $\omega_{кр}$, полученные по методу Рэрея, несколько больше действительных. Это объясняется тем, что вводя в расчет вместо динамических прогибов статические, мы накладываем определенные ограничения (связи) на форму упругой линии, что равносильно увеличению жесткости системы. Последнее обстоятельство приводит к увеличению частоты собственных колебаний.

Установка для исследования критических скоростей вращения вала

Установка (рис.2.2) состоит из вертикального вала I, на котором с помощью разрезных втулок и затяжки гаек закреплены диски 2.

Вал соединен жесткой муфтой с электродвигателем 3, при помощи которого он приводится во вращение. Противоположный конец вала электродвигателя посредством гибкого вала соединен с генератором 4, вырабатывающим ток для электрического тахометра 5, с помощью которого измеряются числа оборотов вала.

Консольная часть вала имеет ограждение 6, выполненное из стальной сетки. Оно состоит из двух полуцилиндрических секторов, шарнирно соединенных между собой. Закрытие ограждения производится с помощью накладных кривоук и упорных ручек 7. Для предотвращения пуска установки при открытом ограждении используется микровыключатель 8, соединенный непосредственно с пусковой кнопкой электродвигателя.

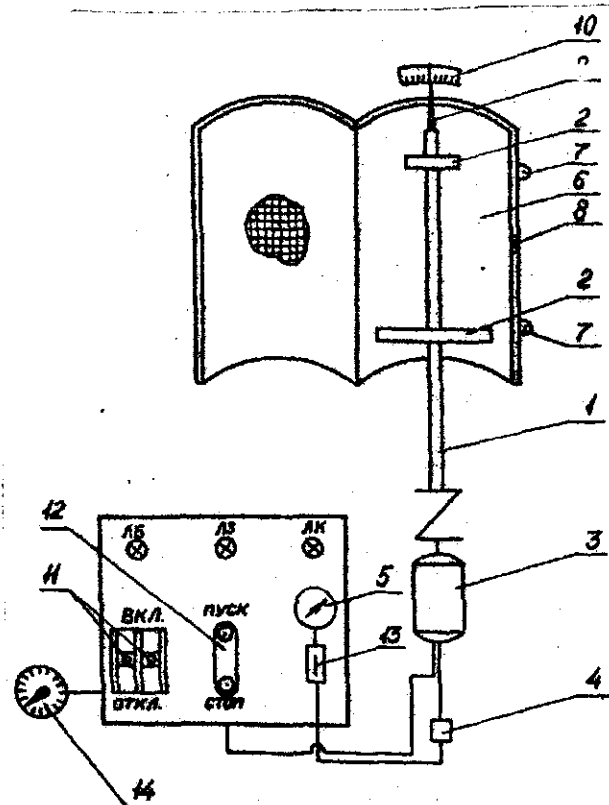


Рис.2.2. Схема экспериментальной установки

Наблюдение за валом в момент перехода его через критическую скорость вращения осуществляется с помощью устройства, состоящего из указателя 9, укрепленного на конце вала, и шкалы 10. Уп -

установка устанавливается с пульта, смонтированного в передней части стола. На пульте находятся автовывключатели 11, обеспечивающие электропитание установки, кнопки 12 "пуск" и "стоп" для пуска и остановки электродвигателя, выключатель электрического тахометра 13 и сигнальные лампы: белая (ЛБ), зеленая (ЛЗ) и красная (ЛК). Лампа ЛБ сигнализирует о подаче электропитания на установку, ЛЗ - о включении электродвигателя, ЛК - о нарушении автоблокировки ограждения.

Изменение числа оборотов вала производится с помощью лабораторного автотрансформатора 14, включенного в цепь обмотки электродвигателя.

Порядок выполнения работы

I. Определение первой критической скорости вращения вала с двумя дисками точным способом. Расчетная схема нагружения вала приведена на рис.2.3. Для определения $\omega_{кр1}$ по точному методу используем формулы (2.9) и (2.10). При этом имеем

$$\alpha_{11} = \frac{(e_1 + e_2)^3}{3EJ}, \quad \alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{e_2^2 [3(e_1 + e_2) - e_2]}{6EJ}, \quad \alpha_{22} = \frac{e_2^3}{3EJ},$$

где E - модуль упругости материала вала, Па (для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа); $J = \pi d_s^4 / 64$ - момент инерции поперечного сечения вала, м⁴; d_s - диаметр вала, м; e_1 и e_2 - расстояния от места заделки вала до центра тяжести диска, м; $m_1 = m_1' + \Delta m_1$; $m_2 = m_2' + \Delta m_2$.

Значения Δm_1 и Δm_2 определяются по формуле (2.11), в которой

$$m_0 = \rho_s \frac{\pi d_s^2}{4} l, \quad \text{кг}$$

где ρ_s - плотность материала вала, кг/м³

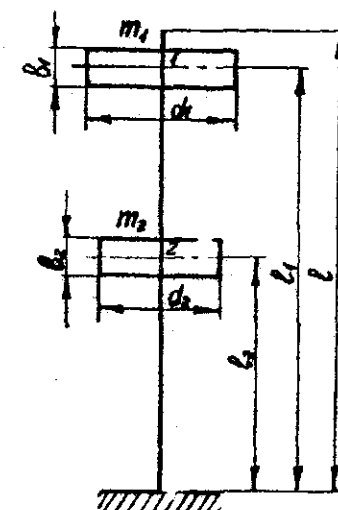


Рис.2.3. Расчетная схема нагружения вала

(для стали $\rho_s = 7,85 \cdot 10^3$ кг/м³); l - длина вала, м.

Массы дисков m_1 и m_2 находятся следующим образом:

$$m_1 = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)l_1\rho_s, \text{ кг.}$$

$$m_2 = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_3^2)l_2\rho_s, \text{ кг.}$$

где ρ_s - плотность материала дисков, кг/м³; l_1, l_2 - толщина дисков, м; d_1, d_2 - диаметры дисков, м.

2. Определение первой критической скорости вращения вала с двумя дисками по методу наложения. Расчет $\omega_{кр1}$ по методу наложения проводим по формуле (2.13), записав ее для рассматриваемого случая в виде

$$\frac{1}{\omega_{кр1}^2} = a_{11}m_1 + a_{22}m_2,$$

где значения a_{11}, a_{22}, m_1 и m_2 определяются так же, как и в предыдущем случае.

Для расчета можно использовать и формулу (2.14), представив ее в виде

$$\frac{1}{\omega_{кр1}^2} = \frac{1}{\omega_0^2} + a_{11}m_1 + a_{22}m_2$$

В этом случае величина ω_0 определяется как для балки, заделанной на одном конце и свободной на другом:

$$\omega_0 = \frac{1,875}{l^2} \sqrt{g \frac{EJ}{q}},$$

где $q = \frac{\pi d_s^2}{4} \rho_s g$ - вес единицы длины вала, Н/м.

3. Определение первой критической скорости вращения вала с двумя дисками по энергетическому методу. Расчет $\omega_{кр1}$ в этом случае проводится по формуле (2.29), записанной для вала с двумя сосредоточенными массами:

$$\omega_{кр1} = \sqrt{g \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{m_1 f_1^2 + m_2 f_2^2}}$$

Здесь, как и прежде, под m_1 и m_2 подразумеваются массы дисков с добавками, учитывающими собственную массу вала. Статические прогибы вала f_1 и f_2 определяются из соотношений

$$f_1 = (a_{11}m_1 + a_{12}m_2)g, \text{ м;}$$

$$f_2 = (a_{21}m_1 + a_{22}m_2)g, \text{ м.}$$

После нахождения $\omega_{кр1}$ по точному или приближенным методам необходимо каждый раз определять значение первого критического числа оборотов, используя известную зависимость:

$$n_{кр1} = \frac{30\omega_{кр1}}{\pi}, \text{ об/мин.}$$

4. Экспериментальная часть. Экспериментальное определение первой критической скорости вращения вала выполняется в следующей последовательности:

- 1) получить разрешение на выполнение работы у преподавателя, предварительно изучив инструкцию по технике безопасности на установке;
 - 2) открыв дверь ограждения, установить на валу заданную преподавателем нагрузку;
 - 3) включить установку в электросеть, перевести выключатель на пульте управления в положение "вкл". На пульте должны загореться белая и красная лампочки;
 - 4) убедившись в исправности работы автоблокировки ограждения, закрыть дверь ограждения, при этом красная лампочка должна погаснуть;
 - 5) закрепить запоры двери ограждения;
 - 6) нажатием на кнопку "пуск" включить электродвигатель, на пульте должна загореться зеленая лампочка;
 - 7) включить в работу электротахометр и, поворачивая рукоятку лабораторного автотрансформатора, произвести изменение скорости вращения вала в заданном диапазоне.
- Достижение валом критической скорости вращения фиксируется визуально по отклонению штыря-указателя относительно нулевого деления шкалы. Значение числа оборотов, соответствующее критической скорости, определяется по тахометру. Эксперимент следует повторить не менее трех раз;
- 8) после окончания экспериментов выключить электродвигатель нажатием на кнопку "стоп" - на пульте должна погаснуть зеленая лампочка;

5. Обработка экспериментальных данных. По результатам экспериментов определяется среднее значение первого критического числа оборотов:

$$\left(n_{kp1}^{3\text{кст}} \right)_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^n \left(n_{kp1}^{3\text{кст}} \right)_i / K,$$

На основании расчетных и экспериментальных данных заполняется таблица.

7) ВЫВОДЫ.

[illegible]

В методические указания включены лабораторные работы по определению напряжений, действующих в стенке цилиндра и в днищах различной формы от внутреннего давления.

Выполнение лабораторных работ предполагает умение студентов работать на микро-ЭВМ "Электроника ДЗ-28" и пользоваться программами, написанными на языке Бейсик.

Работа подготовлена на кафедре "Машины и аппараты химических производств" и предназначена для студентов специальностей 0516, 0545, 0632.

Составители: проф. И.И.Поникаров, доц. В.Н.Дорохин,
ассист. В.В.Алексеев, ассист. В.К.Володин, ассист. С.В.Рачиковский

Рецензенты: канд.техн.наук Ю.В.Шкарбан, канд.
техн.наук И.В.Чепегин

Лабораторная работа 4

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В СТЕНКЕ ЦИЛИНДРА

Цель работы: 1) приобретение навыков экспериментального измерения и теоретического расчета безмоментных (мембранных) и кривых напряжений от действия внутреннего давления и осевой силы; 2) ознакомление с методом тензометрии при исследовании напряженного состояния элементов конструкций.

Напряжения в цилиндре, нагруженном внутренним давлением

Стенка цилиндрического сосуда, имеющего днище и крышку и подверженного давлению среды, находится в объемно-напряженном состоянии. Вдоль образующей (в сечении, перпендикулярном оси) действует осевое (меридиональное) напряжение σ_s ; в направлении окружности цилиндра - кольцевое напряжение σ_k ; в направлении, нормальном к стенке, - радиальное напряжение σ_r . Все три напряжения нормальные и главные, так как действуют в сечениях, где отсутствуют касательные напряжения.

В тонкостенных цилиндрах, где толщина стенки δ не более 0,1 среднего диаметра $D_{ср}$, радиальные напряжения невелики (по абсолютной величине σ_r не превышает давления в сосуде); ими обычно пренебрегают, т.е. принимают $\sigma_r = 0$. Таким образом, приближенно можно считать напряженное состояние тонкостенного цилиндра плоским (двумерным).

Для расчета напряжений в оболочках разработаны две теории: моментная и безмоментная (мембранная). На некотором удалении от

крышки и дна цилиндра напряжения в его стенке могут быть рассчитаны достаточно точно по более простой безмоментной теории, одним из уравнений которой является уравнение Лапласа. Для оболочки, нагруженной внутренним давлением p , оно имеет вид

$$\frac{\sigma_s}{R_1} + \frac{\sigma_k}{R_2} = \frac{p}{\delta}, \quad (4.1)$$

где R_1 и R_2 — 1-й и 2-й главные радиусы кривизны.

Учитывая, что для цилиндра $R_1 = \infty$ (радиус кривизны образующей), $R_2 = r$ (средний радиус цилиндра), получим

$$\sigma_k = \frac{pr}{\delta} = \frac{pD_{cp}}{2\delta}. \quad (4.2)$$

Осевое напряжение обусловлено действием давления на дно и крышку, соединенными со стенкой цилиндра. Оно может быть найдено при условии, что осевая составляющая силы давления на крышку равномерно распределяется по сечению стенки цилиндра. Выразив осевую силу $Q = \pi r^2 p$, а сечение стенки цилиндра $F = 2\pi r \delta$, найдем осевое напряжение:

$$\sigma_s = \frac{Q}{F} = \frac{\pi r^2 p}{2\pi r \delta} = \frac{pr}{2\delta}. \quad (4.3)$$

Легко заметить, что $\sigma_s = 0,5 \sigma_k$. Для цилиндра без крышки или с крышкой, не связанной со стенкой цилиндра, $\sigma_s = 0$.

Если цилиндр с крышкой дополнительно нагружен внешней осевой силой Q_1 , то осевое напряжение равно сумме напряжений от давления и от силы Q_1 :

$$\sigma_s = \sigma_s' + \sigma_s'', \quad (4.4)$$

где

$$\sigma_s' = \frac{pr}{2\delta}; \quad \sigma_s'' = \frac{Q_1}{F} = \frac{Q_1}{2\pi r \delta}. \quad (4.5)$$

Если сила Q_1 — сжимающая, то составляющая σ_s'' отрицательна. Можно подобрать величину силы Q_1 так, чтобы суммарное осевое напряжение было равно нулю. Для этого необходимо:

$$\sigma_s' + \sigma_s'' = 0; \quad Q_1 = -\frac{pr}{2\delta} 2\pi r \delta = -\pi r^2 p. \quad (4.6)$$

На величину кольцевого напряжения осевая сила не влияет. Напряжения от внутреннего давления и осевой силы не меняются по длине цилиндра.

Вблизи дна и крышки кроме мембранных напряжений в стенке цилиндра дополнительно возникают напряжения от краевых сил. Это обусловлено тем, что при нагружении сосуда давлением его стенка и дно деформируются неодинаково. Дно деформируется в меньшей степени и препятствует увеличению диаметра цилиндра. Таким образом, в месте соединения цилиндра с дном действуют распределенная по его краю сила, направленная к оси цилиндра (краевая сила), и краевой момент. Эта сила и момент могут быть найдены из условия совместности деформаций стенки и дна цилиндра. Они вызывают в стенке цилиндра внутренние силы и напряжения, быстро убывающие по мере удаления от дна, которые рассчитываются по уравнениям моментной теории оболочек.

Массивный нижний фланец цилиндра (выполненный заодно с дном) можно приближенно считать недеформирующимся основанием. Кроме того, если длина стального цилиндра (расстояние между фланцами) $l \geq 5\sqrt{r\delta}$, то краевые напряжения можно рассчитывать по формулам для цилиндра бесконечной длины.

Для исследуемого в данной работе цилиндрического корпуса критическая длина $l_k = 5\sqrt{r\delta} = 5\sqrt{5,15 \cdot 0,3} = 6,2$ см. Фактическая длина цилиндра $l = 30$ см; следовательно, условие выполняется.

Для длинного цилиндра, края которого заделаны в недеформирующееся основание, внутренняя кольцевая сила T_x , а также меридиональный M_x и кольцевой K_x моменты, вызываемые краевой нагрузкой, рассчитываются по формулам

$$T_x = -0,5(2-\mu)pr(\cos cx + \sin cx)\exp(-cx), \quad (4.7)$$

$$M_x = \frac{2-\mu}{4c^2} p(\cos cx - \sin cx)\exp(-cx), \quad (4.8)$$

$$K_x = \mu M_x, \quad (4.9)$$

где коэффициент затухания

$$c = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{2\delta}} \approx \frac{1,28}{\sqrt{2\delta}}. \quad (4.10)$$

В этих уравнениях γ - средний радиус цилиндра, см; δ - толщина стенки, м; p - давление внутри цилиндра, Па; μ - коэффициент Пуассона; x - расстояние от фланца до рассматриваемой точки, м. Меридиональное σ_{sx} и кольцевое σ_{kx} напряжения от краевых сил следующие:

$$\sigma_{sx} = \pm \frac{6Mx}{\delta^2}; \quad \sigma_{kx} = \frac{T_x}{\delta} \pm \frac{6Kx}{\delta^2}. \quad (4.11)$$

Знак "плюс" в этих формулах относится к внутренней поверхности стенки цилиндра, знак "минус" - к наружной поверхности.

Отметим, что уже на расстоянии $x \geq 2,5\sqrt{2\delta}$ (3,1 см в нашем случае) эти напряжения малы по сравнению с мембранными и ими можно пренебречь.

Суммарные напряжения от внутреннего давления и краевых сил определяют по уравнениям

$$\sigma_{s1} = \frac{pz}{2\delta} \pm \frac{6Mx}{\delta^2}; \quad \sigma_{k1} = \frac{pz}{\delta} + \frac{T_x}{\delta} \pm \frac{6Kx}{\delta^2}. \quad (4.12)$$

Установка для создания и измерения напряжений в цилиндре

Установка (рис. 4.1) состоит из тонкостенного стального цилиндра I с днищем и крышкой, насоса, служащего для создания внутреннего давления в цилиндре путем подачи в него жидкости, и устройства для дополнительной осевой нагрузки цилиндра. Последнее представляет собой гидроцилиндр двойного действия 2 с поршнем, шток которого соединен с крышкой испытываемого цилиндра. Гидроцилиндр приводится в действие насосом II и позволяет приложить к испытываемому цилиндру как растягивающую, так и сжимающую осевую силу. Установка позволяет создать в цилиндре обе нагрузки (осевую силу и внутрен-

нее давление) одновременно. Величины нагрузок контролируются с помощью манометров 3-5. Напряжения в цилиндре измеряются тензодатчиками T5-T8, соединенными с тензостанцией. Датчики наклеены на цилиндр в кольцевом и осевом направлениях в его средней части и вблизи его нижнего фланца. Это позволяет измерять как мембранные, так и краевые напряжения. Установка содержит также вентили 6, 7, трехходовый кран 9, предохранительный клапан 8 и бак 10 для масла.

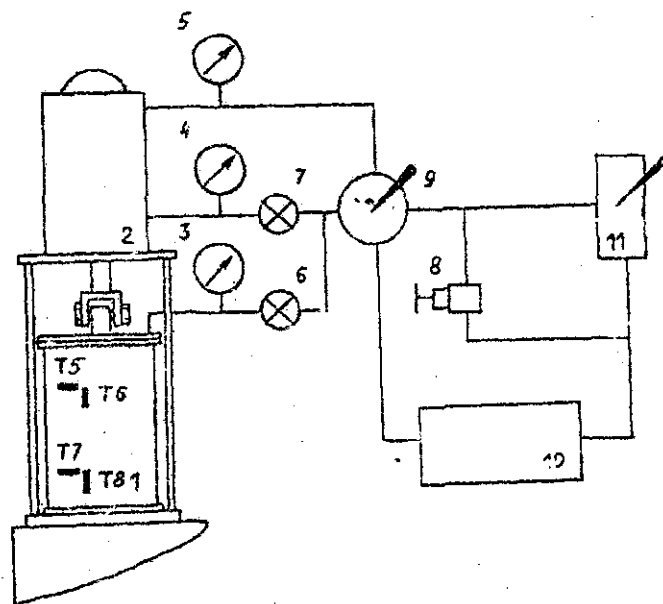


Рис. 4.1

Предварительные расчеты

Расчеты напряжений, сил и давлений предлагается проводить в следующей последовательности.

I. Кольцевое и осевое мембранные напряжения в стенке цилиндра:

$$\sigma_k = \frac{pD_{cp}}{2\delta}, \quad (4.13)$$

$$\sigma_s = 0,5\sigma_k, \quad (4.14)$$

где D_{cp} - средний диаметр цилиндра ($D_{cp} = 10,3$ см); δ - толщина стенки цилиндра ($\delta = 0,3$ см); p - давление в цилиндре, МПа (задается преподавателем).

2. Осевая сжимающая сила, при действии которой суммарное осевое напряжение компенсируется (становится равным нулю):

$$Q_1 = \sigma_s F_1 = \sigma_s \frac{\pi}{4} (D_n^2 - D_{вн}^2), \quad (4.15)$$

где F_1 - площадь сечения стенки цилиндра, m^2 ; $D_{вн}$ - внутренний диаметр цилиндра, м; D_n - наружный диаметр цилиндра, м.

3. Давление, которое необходимо создать в верхней полости гидроцилиндра, чтобы получить расчетное значение осевой сжимающей силы:

$$p_1 = \frac{Q_1}{F_2} = \frac{4Q_1}{\pi D_1^2}, \quad (4.16)$$

где F_2 - площадь поршня гидроцилиндра, m^2 ; D_1 - внутренний диаметр гидроцилиндра, м ($D_1 = 9,2$ см).

Кольцевое напряжение σ_k в случае действия внутреннего давления p и осевой сжимающей силы Q_1 остается прежним, а осевое напряжение $\sigma_s = 0$.

4. Давление, которое необходимо создать в нижней полости гидроцилиндра, чтобы получить заданное значение растягивающей силы

Q_2 (не более 30 кН):

$$p_2 = \frac{Q_2}{F_3} = \frac{4Q_2}{\pi(D_1^2 - d_w^2)}, \quad (4.17)$$

где F_3 - рабочая площадь поршня, m^2 ; d_w - диаметр штока, м ($d_w = 4$ см).

5. Мембранные напряжения в стенке цилиндра от действия внутреннего давления и осевой растягивающей силы; кольцевое напряжение остается прежним, а осевое (меридиональное) определяется по формуле

$$\sigma_s = 0,56 \sigma_k + \frac{Q_2}{F_1} = 0,56 \sigma_k + \frac{Q_2}{0,25\pi(D_n^2 - D_{вн}^2)}. \quad (4.18)$$

6. Краевые напряжения вблизи нижнего фланца цилиндра, нагруженного внутренним давлением рассчитываются по формулам (4.7) -

(4-12). С целью последующего сравнения с измеренными напряжениями необходимо рассчитать их в месте расположения тензодатчиков Т7 и Т8. Предварительно нужно измерить расстояние от нижнего фланца до центра этих тензодатчиков.

Для того, чтобы проследить изменение краевых напряжений по мере удаления от нижнего фланца, необходимо рассчитать их для ряда значений x и построить графики σ_{k1} и σ_{s1} . Эти расчеты можно произвести с помощью табл. 4.1 или на ЭВМ по соответствующей программе.

Т а б л и ц а 4.1

Cx	$(\cos cx + \sin cx)e^{-cx}$	$(\cos cx - \sin cx)e^{-cx}$	Cx	$(\cos cx + \sin cx)e^{-cx}$	$(\cos cx - \sin cx)e^{-cx}$
0,0	1,0000	1,0000	2,5	-0,0166	-0,1149
0,1	0,9907	0,8100	2,6	-0,0254	-0,1019
0,2	0,9651	0,6398	2,7	-0,0320	-0,0895
0,3	0,9267	0,4888	2,8	-0,0369	-0,0777
0,4	0,8784	0,3564	2,9	-0,0403	-0,0666
0,5	0,8231	0,2415	3,0	-0,0423	-0,0563
0,6	0,7628	0,1431	3,1	-0,0431	-0,0469
0,7	0,6997	0,0539	3,2	-0,0431	-0,0383
0,8	0,6354	-0,0093	3,3	-0,0422	-0,0306
0,9	0,5712	-0,0657	3,4	-0,0408	-0,0237
1,0	0,5083	-0,1108	3,5	-0,0389	-0,0177
1,1	0,4476	-0,1457	3,6	-0,0366	-0,0124
1,2	0,3899	-0,1716	3,7	-0,0341	-0,0079
1,3	0,3355	-0,1897	3,8	-0,0314	-0,0040
1,4	0,2849	-0,2011	3,9	-0,0286	-0,0008
1,5	0,2384	-0,2068	4,0	-0,0258	0,0019
1,6	0,1959	-0,2077	4,1	-0,0231	0,0040
1,7	0,1576	-0,2047	4,2	-0,0204	0,0057
1,8	0,1234	-0,1985	4,3	-0,0179	0,0070
1,9	0,0932	-0,1899	4,4	-0,0155	0,0079
2,0	0,0667	-0,1794	4,5	-0,0132	0,0085
2,1	0,0439	-0,1675	4,6	-0,0111	0,0079
2,2	0,0244	-0,1548	4,7	-0,0092	0,0090
2,3	0,0080	-0,1416	4,8	-0,0075	0,0089
2,4	-0,0056	-0,1282	4,9	-0,0059	0,0087

Порядок работы на установке

Измерение напряжений в стенке цилиндра от действия внутреннего давления.

1. Снимаем показания тензометрической станции при ненагруженном цилиндре (датчики Т5, Т6, Т7, Т8).

2. Открыв вентиль 6 (вентиль 7 должен быть закрыт), насосом II нагружаем цилиндр I до заданного преподавателем давления (но не выше 3 МПа), после чего вентиль 6 закрываем.

3. Снимаем показания тензостанции (датчики Т5, Т6, Т7, Т8) при нагруженном внутренним давлением цилиндре.

Измерение напряжений в стенке цилиндра от действия внутреннего давления и осевой растягивающей силы.

1. Открыв вентиль 7, насосом II нагружаем нижнюю полость гидроцилиндра 2 расчетным давлением (не более 6,0 МПа), после чего вентиль 7 закрываем. При этом испытуемый цилиндр I будет нагружен кроме внутреннего давления заданной растягивающей силой.

2. Снимаем показания тензостанции (датчики Т5 и Т6).

3. Разгружаем цилиндр I от осевой силы, для чего сбрасываем давление в нижней полости гидроцилиндра; установив трехходовой кран на "0" (в среднее положение) и открыв вентиль 7. После сброса давления вентиль 7 закрываем.

Измерение напряжений в стенке цилиндра от действия внутреннего давления и осевой сжимающей силы.

1. Проверив давление в испытуемом цилиндре I, дополнительно нагружаем его расчетной сжимающей осевой силой, для чего, поставив трехходовой кран в положение "В" (верхнее положение), насосом II подаем в верхнюю полость гидроцилиндра 2 соответствующее давление.

2. Снимаем показания тензостанции (датчики Т5 и Т6).

3. Поставив трехходовой кран в положение "0" (среднее положение) и открыв вентиль 6, сбрасываем давление в обоих цилиндрах.

Расчет измеренных напряжений

Измеренные кольцевое и осевое напряжения рассчитываются по кольцевой ϵ_k и осевой ϵ_s деформациям, определяемым по показа-

ниям тензостанции, согласно уравнениям закона Гука для плоского напряженного состояния:

$$\sigma'_k = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_k + \mu \epsilon_s); \quad \sigma'_s = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_s + \mu \epsilon_k). \quad (4.19)$$

Для стального цилиндра принимаем $E = 0,21 \cdot 10^6$ МПа - модуль упругости, $\mu = 0,3$ - коэффициент Пуассона.

Деформации определяются по формуле

$$\epsilon = K_1 (n_k - n_0), \quad (4.20)$$

где n_k и n_0 - показания тензостанции при нагруженном и ненагруженном цилиндре; K_1 - постоянная тензодатчиков, равная $5 \cdot 10^{-6}$.

Измеренные напряжения затем сравниваются с теоретическими.

Относительные отклонения вычисляются по формуле

$$\Delta = \frac{|\sigma' - \sigma|}{\sigma} \cdot 100\%. \quad (4.21)$$

Содержание отчета

1. Номер и наименование работы.
2. Теоретические предпосылки к работе.
3. Расчеты мембранных и краевых напряжений с приведением теоретических формул.
4. Графики суммарных краевых напряжений в зависимости от расстояния от фланца.
5. Экспериментальные данные и их обработка с приведением соответствующих формул.
6. Результаты расчетов и измерений, оформленные в виде табл. 4.2.
7. Анализ теоретических и экспериментальных результатов.

Таблица 4.2

№ п/п	Над нагрузки	м. дат чиков	Деформации				Напряжения				
			n_0	n_k	$n_k - n_0$	ϵ_k	ϵ_s	σ'_k	σ_k	Δ_1	σ'_s, Δ_2
1	Внутреннее давление $P = \frac{кг}{см^2}$	T5, T6									
2	Крайние напряжения на расстоянии $x = \text{см}$ при давлении $P = \frac{кг}{см^2}$	T7, T8									
3	Внутреннее давление и сжимающая сила $P = \frac{кг}{см^2}, Q_1 = кг$	T5, T6									
4	Внутреннее давление и растягивающая сила $P = \frac{кг}{см^2}, Q_2 = кг$	T5, T6									

Лабораторная работа 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ДИШКАХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ, НАГРУЖЕННЫХ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Цель работы: 1) ознакомление с теоретическими предпосылками расчета напряжений в эллиптическом, полусферовом (сферическом), коническом и плоском дисках, нагруженных внутренним давлением среды; 2) экспериментальное определение напряжений в дисках, нагруженных внутренним давлением, методом тензометрии.

Напряжения в дисках разной формы, нагруженных внутренним давлением

Составными элементами корпусов химических аппаратов являются диски, которые связаны с обечайкой аппарата сваркой или пайкой. Форма диска определяется сопрягаемой с ним формой обечайки; технологическими требованиями, предъявляемыми к тому или иному аппарату; давлением среды в нем; конструктивными соображениями и бывает эллиптической, полусферовой, конической, плоской.

Под действием внутреннего давления среды в оболочках диска возникают напряжения, для расчета которых в инженерной практике используют безмоментную теорию тонкостенных оболочек вращения. Тонкостенными считаются оболочки, у которых отношение толщины стенки к диаметру D не превышает 0,1 ($S/D \leq 0,1$). Согласно этой теории в стенке оболочки под действием давления возникают кольцевые (тангенциальные) напряжения σ_τ , направленные по касательной к окружности параллельного круга, и меридиональные σ_s , направленные вдоль образующей (рис.6.1).

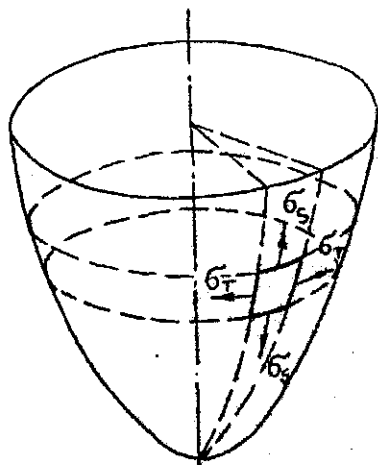


Рис. 6.1

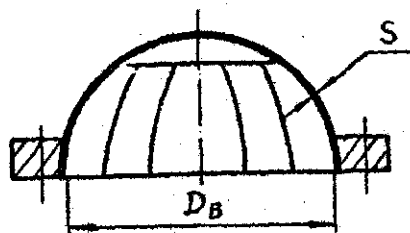


Рис. 6.2

где h - высота эллиптической части без цилиндрической отбортовки; x - расстояние от оси до исследуемой точки.

Формулы (6.2) и (6.3) являются приближенными, так как в них размеры D_B , x и h отнесены к внутренней поверхности оболочки вместо ее срединной поверхности. Напряжения σ_s и σ_T зависят от положения точки на поверхности дна, определяемого текущим радиусом x (рис. 6.3).

В общем случае в стенке эллиптического дна кольцевые напряжения могут быть растягивающими и сжимающими, что видно из формулы (6.3). Если в этом уравнении

В полушаровых днищах (рис. 6.2) эти напряжения равны друг другу $\sigma_s = \sigma_T$ и одинаковы по всей поверхности:

$$\sigma_s = \sigma_T = \frac{p(D_B + S)}{4S}, \quad (6.1)$$

где p - внутреннее давление среды; D_B - внутренний диаметр дна; S - толщина стенки дна.

В эллиптических днищах, поверхность которых представляет собой часть эллипсоида вращения, кольцевые и меридиональные напряжения находятся по следующим формулам:

$$\sigma_s = \frac{p \sqrt{\frac{D_B^4}{16} - x^2 \left(\frac{D_B^2}{4} - h^2 \right)}}{2Sh}, \quad (6.2)$$

$$\sigma_T = \sigma_s \left\{ 2 - \frac{D_B^4}{16 \left[\frac{D_B^4}{16} - x^2 \left(\frac{D_B^2}{4} - h^2 \right) \right]} \right\}, \quad (6.3)$$

$$2 - \frac{D_B^4}{16 \left[\frac{D_B^4}{16} - x^2 \left(\frac{D_B^2}{4} - h^2 \right) \right]} < 0, \quad (6.4)$$

то в некоторой зоне дна будет иметь место сжатие в кольцевом направлении. Эта зона охватывает точки, лежащие на радиусах

$$x > \frac{D_B^2}{4 \sqrt{2 \left(\frac{D_B^2}{4} - h^2 \right)}}, \quad (6.5)$$

что получается при решении неравенства (6.4).

Если выполнить днище с соотношением высоты к диаметру

$$\frac{h}{D_B} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0,353, \quad (6.6)$$

то во всем диапазоне изменения x ($0 \leq x \leq D_B/2$) условие (6.5) не выполняется. Следовательно, в пределах всего дна кольцевые напряжения окажутся растягивающими.

Это имеет место в стандартных эллиптических днищах, применяемых в промышленности, так как для них $h/D_B = 0,25$, т.е. условие (6.6) выполняется. В экспериментальной установке, описанной ниже, эллиптическое днище выполнено стандартным.

В конических днищах (рис. 6.4) напряжения находятся по следующим формулам:

$$\sigma_T = \frac{p x \operatorname{tg} \alpha}{S}, \quad (6.7)$$

$$\sigma_s = 0,5 \sigma_T, \quad (6.8)$$

где x - расстояние по образующей от вершины конуса до исследуемой точки; α - половина угла при вершине конуса.

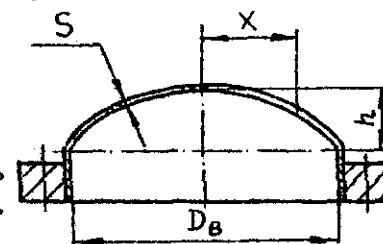


Рис. 6.3

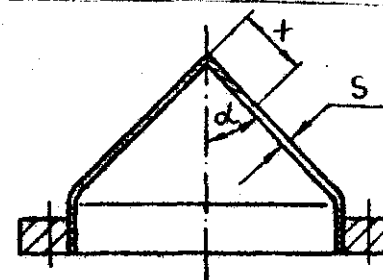


Рис. 6.4

Из формул (6.7) и (6.8) видно, что напряжения меняются в зависимости от x и достигают максимального значения в основании конуса.

Для расчета в плоских круглых крышках можно использовать выводы теории тонких пластинок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой от давления среды. Величина и распределение этих напряжений зависят от характера закрепления крышки по краям.

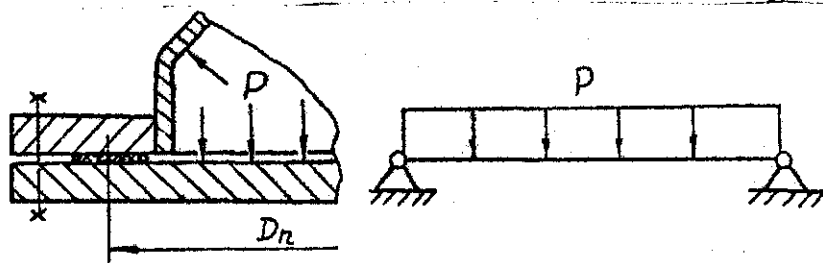


Рис. 6.5

Конструкцию соединения крышки с сопрягаемыми фланцами можно свести к шарнирной связи (рис. 6.5) или к случаю жесткого закрепления (рис. 6.6).

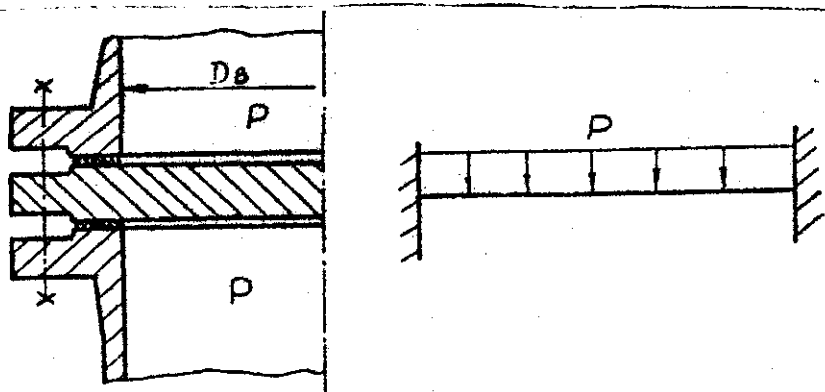


Рис. 6.6

Рассматривая крышку как шарнирно-закрепленную по краям тонкую пластину, можно найти напряжение σ_r , действующее в кольцевом сечении $a-a$ пластинки по направлению радиуса, и напряжение σ_t , действующее в радиальном сечении $0-\beta$ по касательной к окру-

ности с текущим радиусом ρ (рис. 6.7). Эти напряжения соответствуют внутренним изгибающим моментам M_r и M_t .

Поскольку мы имеем дело с изгибающими моментами, напряжения, действующие в точках, лежащих по разные стороны от срединной поверхности, будут различны по знакам, т.е. растягивающими или сжимающими (рис. 6.8).

Напряжения в плоской круглой крышке в случае шарнирного закрепления рассчитываются по следующим формулам:

$$\sigma_r = \frac{3(3+\mu)}{8S^2} p \left(\frac{D_n^2}{4} - \rho^2 \right), \quad (6.9)$$

$$\sigma_t = \frac{3p}{8S^2} \left[(3+\mu) \frac{D_n^2}{4} - (1+3\mu) \rho^2 \right], \quad (6.10)$$

где D_n — средний диаметр прокладки; μ — коэффициент Пуассона для материала крышки; ρ — расстояние по радиусу от центра крышки до исследуемой точки.

Из формул (6.9) и (6.10) видно, что напряжения меняются в зависимости от радиуса ρ и достигают максимального значения в центре пластинки ($\rho = 0$).

Описание экспериментальной лабораторной установки

Основными элементами установки (рис. 6.9) является емкость I (состоящая из эллиптического и полусферического днищ) и II (составлен-

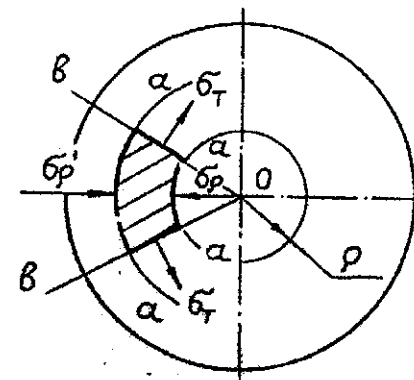


Рис. 6.7

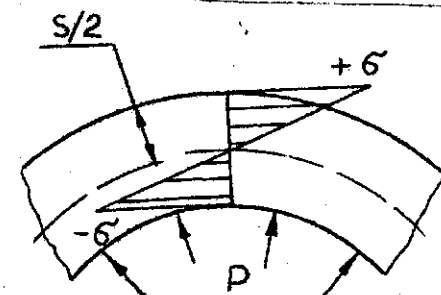


Рис. 6.8

ная из плоского и конического днищ). Рабочее давление создается насосом IV и измеряется манометрами У и УI.

В результате действия давления в материале днищ возникают деформации, воспринимаемые тензодатчиками 43-50, наклеенными на их поверхность. Для каждой исследуемой точки на поверхность днищ наклеены два тензодатчика, один - для измерения меридиональных, другой - для измерения кольцевых деформаций. Рабочей средой является водно-масляная эмульсия, которая подается из емкости Ш. Для переключения насоса на емкости служат вентили I и 3, а для спуска воздуха из емкостей и сброса давления - вентили 4 и 5.

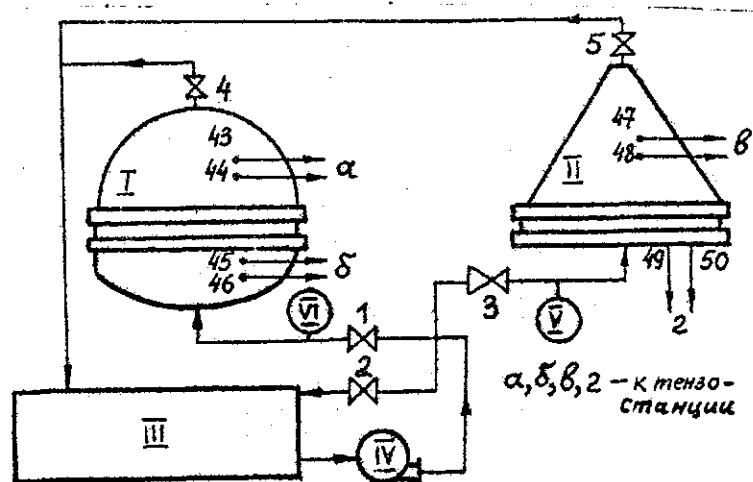


Рис. 6.9

Порядок проведения работы

Для проверки теоретических знаний студентов в рамках выполняемой работы применяется автоматизированный контроль знаний с помощью вычислительного комплекса на базе ЭВМ ДЗ-28. В программу введена система контрольных опросов, которые отражают основные положения теории тонкостенных оболочек.

В программе предусмотрено суммирование правильных и неправильных ответов на контрольные вопросы с выводом на экран дисплея ре-

марки о допуске (или недопуске) студента к выполнению расчетной части работы. В программе, записанной на магнитную ленту, указывается также на необходимость расчета напряжений, возникающих в днищах различной формы. После проведения расчета напряжений на ЭВМ студенты выполняют экспериментальную часть работы и сравнивают рассчитанные напряжения с напряжениями, полученными методом тензометрии.

Исходные данные для расчета.

Полусферовое днище: $D_B = 0,4$ м; $S = 0,006$ м.

Эллиптическое днище: $D_B = 0,4$ м; $S = 0,006$ м; $h = 0,102$ м;

$x = 0,165$ м при определении σ_s и $x = 0,145$ м при расчете σ_T .

Коническое днище: $\alpha = 45^\circ$; $S = 0,005$ м; $x = 0,22$ м.

Плоское днище: $D_n = 0,4$ м; $S = 0,022$ м; $\rho = 0,12$ м;

$\mu = 0,3$.

Расчетное давление P во всех случаях задается руководителем работ. Для расчета использовать формулы настоящего руководства.

Порядок работы

1. Ознакомиться с устройством установки и инструкцией по технике безопасности при работе на ней.

2. Включить тензостанцию, снять нулевые показания P_0 в точках 43, 44 (полусферовое днище); 45, 46 (эллиптическое днище); 47, 48 (коническое днище); 49, 50 (плоское днище) и занести их в табл. 6.1.

3. При исследовании емкости I (см. рис. 6.9):

а) открыть вентили I и 4, при помощи насоса IV заполнить емкость эмульсией (до прекращения прохождения пузырьков воздуха через трубку);

б) закрыть вентиль 4;

в) с помощью насоса IV нагрузить емкость I заданным давлением, значение которого фиксируется манометром УI; выключить насос и закрыть вентиль I;

г) снять показания P_k для точек 43-46 и занести их в табл. 6.1.

4. При исследовании емкости II повторить пункты а, б, в, г, оперируя соответственно вентилями 3 и 5 (вместо I и 4). Давление фиксируется манометром У, показания тензостанции снимаются для то-

Таблица 6.1
Результаты расчетов и измерений

Диск	№ дат- чиков	P, МПа	n ₀	n _к	°	ε _т	σ _{тз} , МПа	σ _т , МПа	Δ, %	ε _с	σ _{сз} , МПа	σ _с , МПа	Δ, %	ε _р	σ _{рз} , МПа	σ _р , МПа	Δ, %
Полусферное	43																
	44																
Эллиптическое	45																
	46																
Коническое	47																
	48																
Плоское	49																
	50																

Примечание. Датчики, имеющие четные номера, фиксируют кольцевые деформации, а датчики с нечетными номерами - меридиональные; Δ - отклонение экспериментальных значений напряжений от теоретически рассчитанных $\Delta = (\sigma - \sigma_z / \sigma) \times 100\%$.

чек 47-50.

5. Сбросить давление из емкостей I и II, открыв вентили 4 и 5.

6. Привести в порядок рабочее место и сдать установку преподавателю.

Обработка результатов эксперимента

Для нахождения напряжений на основе данных эксперимента необходимо воспользоваться следующими формулами: для полусферового, эллиптического и конического днищ:

$$\sigma_{тз} = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_t + \mu \epsilon_s), \quad (6.11)$$

$$\sigma_{сз} = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_s + \mu \epsilon_t), \quad (6.12)$$

а для плоского днища

$$\sigma_{рз} = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_r + \mu \epsilon_t), \quad (6.13)$$

$$\sigma_{тз} = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_t + \mu \epsilon_r), \quad (6.14)$$

где E-модуль упругости материала днищ (принять $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа);

$\epsilon_t, \epsilon_s, \epsilon_r$ - относительные деформации для соответствующих точек, вычисленные по формуле $\epsilon = (n_k - n_0) \times 5 \cdot 10^{-6}$.

Содержание отчета.

1. Номер и наименование работы.
2. Эскизы и расчетные схемы для днищ.
3. Теоретические расчеты напряжений в днищах с приведением исходных данных и расчетных формул.
4. Обработка экспериментальных данных (результаты представить в табличной форме).
5. Выводы по работе. Сравнение днищ разной формы по напряженному состоянию материала.

Составители: ст. преп. К.З.Ахметшин
проф. С.И.Поникаров
проф. В.А. Булкин
ассист. С.И.Валеев
ассист. Д.Г.Тукманов

Конструирование и расчет элементов оборудования химических производств: Метод. указания / Казан. гос. технол. ун-т; Сост.: К.З.Ахметшин, С.И.Поникаров, В.А. Булкин, С.И.Валеев, Д.Г.Тукманов. Казань, 2000. 22 с.

Изложена методика выполнения лабораторных работ по дисциплине "Конструирование и расчет элементов оборудования отрасли".

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности "Машины и аппараты химических производств и предприятий строительных материалов".
Подготовлена на кафедре "Машины и аппараты химических производств".

Печатается по решению методической комиссии специальностей механического профиля.

Рецензенты: доц. Д.Н.Сагдеев
доц. А.Д.Васенев

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, НАГРУЖЕННЫХ ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

- Цель работы:
1. Теоретически рассчитать величину критического давления для цилиндрической оболочки, нагруженной внешним давлением.
 2. Экспериментально определить значение критического давления для цилиндрической оболочки, находящейся под воздействием наружного давления.
 3. Сравнить значения расчетных и экспериментальных результатов.

Устойчивость цилиндрических оболочек

Было замечено, что оболочки, нагруженные внешним давлением, хорошо рассчитанные на прочность, иногда подвергаются без видимой внешней причины опасным деформациям и даже разрушению. При изучении этого явления было установлено, что оно аналогично явлению продольного изгиба стержней (рис. 8.1). Поэтому и получило название устойчивости оболочек.

Тонкостенная оболочка под действием внешнего давления, так же как и длинный стержень, подверженный действию осевых сжимающих сил, может претерпевать деформацию и разрушение, хотя действующее давление вызывает низкие напряжения в материале стенок.

При этом поперечное сечение первоначально круглой обечайки начинает искажаться, приобретая волнообразную форму, причем число волн (n) может равняться двум, трем, четырем и быть, вообще говоря, любым (рис. 8.2).

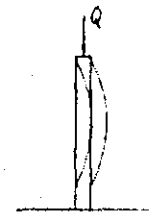


Рис. 8.1

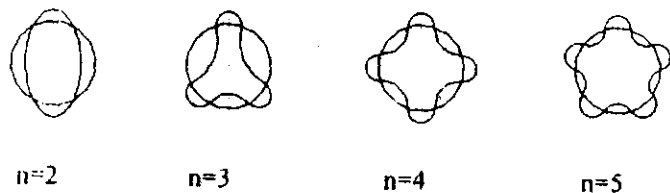


Рис. 8.2

Давление, при котором такие деформации могут возникнуть, называется критическим давлением. Величина его зависит исключительно от геометрической формы и размеров оболочки и от физических свойств материала оболочки.

Следует отметить, что потеря первоначальной формы сосудов под действием внешнего давления при превышении его критической величины отнюдь не является результатом отклонения оболочки от (первоначальной) правильной цилиндрической формы (овальности и т.д.). Смятие сосуда произойдет даже при идеально цилиндрической форме сосуда, и отклонение от нее только снизит величину критического давления, что в действительности и наблюдается.

Для цилиндрической оболочки критическое давление зависит от ряда факторов: толщины стенки S , длины l и диаметра D цилиндра, модуля упругости E и коэффициента Пуассона μ для материала цилиндра. Большое значение имеют отношения S/D и l/D . Если последнее отношение превышает определенное значение, то критическое давление практически не зависит от длины цилиндра.

Минимальное значение длины, при которой эта зависимость теряется, называется "критической длиной" и определяется по формуле:

$$l_{кр} = k \cdot D \sqrt{\frac{E}{S}}, \quad (8.1)$$

где коэффициент $k = 1.642 \sqrt{1-\mu^2}$.

Условимся называть "длинными" (с точки зрения устойчивости) цилиндры, у которых $l > l_{кр}$, и "короткими" цилиндры с $l < l_{кр}$.

Для расчета критических давлений для цилиндрических оболочек (корпусов) предложен ряд формул, приведенных ниже.

Длинные цилиндры. Если цилиндр длинный, то на его части, удаленные от краев, краевые силы и моменты, вызванные элементами жесткости (днищами, фланцами и т.д.) практически, не влияют и, если в таком цилиндре вырезать вдали от края кольцо шириной 1 см, то его устойчивость будет та же, что для изолированного кольца. При деформации длинных цилиндров под действием наружного давления возникает всего две волны, т.е. они просто сплющиваются. Величина критического давления для таких оболочек определяется по формуле Бресса:

$$P_{кр} = \frac{2E}{1-\mu^2} \left(\frac{S}{D} \right)^3. \quad (8.2)$$

Эта формула справедлива только при критических давлениях, вызывающих в стенках напряжения сжатия $\sigma_{кр}$, не превышающие предела текучести для материала оболочки при рабочей температуре σ_T^t , то есть в пределах упругости

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр} \cdot D}{2S} < \sigma_T^t. \quad (8.3)$$

В тех случаях, когда оказывается, что критическое напряжение превосходит предел текучести и, кроме того, отклонение от цилиндрической формы

(овальности) превышает 1%, расчет длинных цилиндров проводят по формуле Саусвелла:

$$P_{кр} = \frac{2S}{D} \cdot \frac{\sigma_T}{1 + \frac{\sigma_T}{E} \left(\frac{D}{S}\right)^2} \quad (8.4)$$

Короткие цилиндры. В коротких цилиндрах сказывается влияние заделки края и критическое давление становится функцией не только отношения $\frac{S}{D}$, но и $\frac{\ell}{D}$. Оказывается, что на короткой оболочке может образовываться не две, а несколько волн, и что разному числу волн соответствует разные критические давления. Таким образом, задача сводится к определению минимального критического давления.

Для определения критического давления для коротких цилиндров, нагруженных по боковой поверхности внешним давлением, используется формула Мизеса:

$$P_{кр} = \frac{2ES}{D(n^2 - 1)} \left[1 + \left(\frac{n\ell}{D}\right)^2 \right]^2 + \left(\frac{S}{D}\right)^3 \cdot \frac{2E}{3(1 - \mu^2)} \left[\frac{(n^2 - 1) + 2n^2 - 1 - \mu}{1 + \left(\frac{2n\ell}{\pi D}\right)^2} \right] \quad (8.5)$$

Формула применима в том случае, если напряжение $\sigma_{кр}$, соответствующее критическому давлению, ниже предела текучести, то есть в пределах упругости, и отклонение от цилиндрической формы не превышает 0.5%. Если овальность сосуда больше 0.5% и $\sigma_{кр} > \sigma_T$, то расчет коротких цилиндров, так же как и длинных, производится по формуле Саусвелла.

Расчет по формуле Мизеса ведут следующим образом. Поскольку имеются два неизвестных - критическое давление $P_{кр}$ и число волн n , в уравнении одно, то приходится задаваться разным числом волн, начиная с $n=2$, т.е.

2, 3, 4, 5, 6, ... и т.д., и для каждого числа определять критическое давление, строя графическую зависимость

$P_{кр} = f(n)$ (рис. 8.3). Сначала $P_{кр}$ с увеличением n уменьшается, затем доходит до какого-то минимального значения и дальше начинает возрастать. Минимальное $P_{кр}$ и есть искомое. Для ускорения расчета и экономии времени можно предварительно подсчитать число волн по формуле:

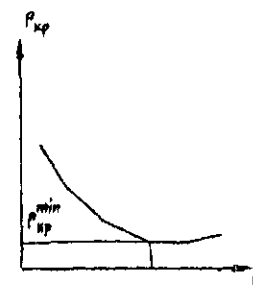


Рис. 8.3

$$n = 4 \sqrt{\frac{0.75\pi^2(1 - \mu)^{0.5}}{\left(\frac{\ell}{D}\right)^2 \left(\frac{S}{D}\right)}} \quad (8.6)$$

и начинать расчет, принимая число волн на одну или две меньше полученной величины. Таким образом, представляется возможным, проведя всего 3-4 пробных расчета, определить минимальное значение $P_{кр}$.

Стандарт "Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. ГОСТ 14249-89" предусматривает для расчета критического давления формулу:

$$P_{кр} = \frac{20.8 \cdot 10^6 E}{n_y B_1} \cdot \frac{D}{\ell} \left[\frac{100(S - c)}{D} \right]^{2.5} \quad (8.7)$$

где коэффициент B_1 принимается как минимальное из 2-х значений

$$B_1 = \min \left[1.0; 8.15 \frac{D}{\ell} \sqrt{\frac{D}{100(S - c)}} \right] \quad (8.8)$$

В приведенных выше формулах и на рис. 8.4 приняты следующие обозначения:

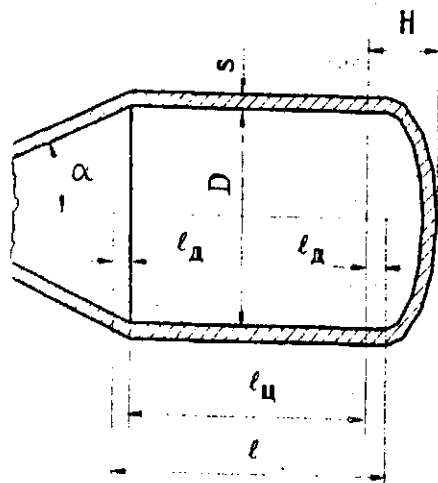


Рис. 8.4 Сосуд с выпуклым и коническими днищами.

шаровым.

При определении расчетной длины цилиндрической обечайки учитывают и условную длину ℓ_d примыкающих элементов:

$$\ell = \ell_{\text{ц}} + \sum \ell_d \quad (8.9)$$

где $\ell_{\text{ц}}$ - длина цилиндрического участка, включая цилиндрическую отбортовку, м; $\ell_d = \frac{H}{3}$ - для эллиптического и полушарового днища, м; $\ell_d = \frac{D}{3 \tan \alpha}$ - для конического днища без отбортовки, м; H - высота эллиптической или полушаровой части днища, м.

Значения модуля упругости E и коэффициента Пуассона для некоторых материалов приведены в табл. 8.2.

D - диаметр цилиндра, м; S - толщина стенки цилиндра, м; c - конструктивная прибавка, м; (для экспериментального образца принимается равной 0); E - модуль упругости материала, МПа; μ - коэффициент Пуассона материала; ℓ - расчетная длина обечайки (корпуса), м; $n_s = 2,4$ - коэффициент запаса устойчивости для рабочих условий.

Цилиндрический корпус (в том числе, и в испытываемом образце) сопрягается с днищами различной формы (рис. 8.4): коническим, эллиптическим, полушаровым.

Установка для исследования устойчивости оболочек, нагруженных внешним давлением

Схематично установка изображена на рис. 8.5. Исследуемая оболочка 1 размещается внутри экспериментального сосуда 2 и закрепляется на его крышке. Крышка имеет вентили 3 (для выпуска воздуха из экспериментального сосуда) и 4 (для выпуска воздуха из внутренней полости исследуемой оболочки). Она соединяется с корпусом сосуда с помощью откидных болтов. Для подъема и перемещения крышки (вес которой превышает 90 кг) служат гидродъемники 5, установленные по обе стороны экспериментального сосуда.

В качестве рабочей жидкости при проведении испытаний используется вода как наиболее подходящая с точки зрения санитарно-гигиенических требований. Для силовой гидросистемы и плунжерного насоса по условиям их эксплуатации рабочей средой является масло типа "Индустриальное-20".

Вода поступает из сети в водяной бак 6, откуда насосом 14 (насос № 1) она может подаваться в экспериментальный сосуд, а насосом 8 (насос № 2) в разделительный 9 и буферный 10 сосуды. Разделительный сосуд 9 примерно на 2/3 объема заполняется водой и на 1/3 - маслом. Он предотвращает попадание масла по трубопроводам в экспериментальный сосуд. Буферный сосуд 10 служит для плавного изменения давления в экспериментальном сосуде в процессе испытаний.

Требуемое рабочее давление в экспериментальном сосуде создается с помощью плунжерного насоса 11, который засасывает масло из масляного бака 12 и нагнетает его в разделительный сосуд. Из разделительного сосуда импульс передается в экспериментальный сосуд. Таким образом, при работе плунжерного насоса происходит повышение давления в экспериментальном сосуде.

Достижение давления, требуемого для работы гидроподъемников 5 и привода рабочих цилиндров 13 плунжерного насоса, осуществляется лопастным насосом 14 (насос № 3). Этот насос соединен с масляным баком 15 и пластинчатыми фильтрами 16, обеспечивающими очистку масла в масляной системе от загрязнений.

Управление работой установки производится с пульта, схема которого представлена на рис. 8.4. На пульте размещена мнемосхема с сигнальными лампочками Л₁-Л₇ и кнопкой опробывания сигнализации (КОС).

Установка работает под напряжением 380 В, которое достигается с помощью трансформатора 17. Для включения установки в сеть служит переключатель 18, для включения в работу водяных и масляного насосов служат кнопки 19, 20 и 21. Замер давления в экспериментальном сосуде осуществляется с помощью манометра 22, а в буферном - с помощью манометра 23. Для обеспечения безопасных условий работы на установке имеются электроконтактные манометры для аварийного отключения установки 24 и 25. Контроль за давлением масла, создаваемым масляным насосом (насос № 3), осуществляется с помощью манометра 28, а за давлением масла в гидросистеме привода - с помощью манометра 29.

Порядок выполнения работы.

Получив образец оболочки, необходимо измерить его длину, диаметр и толщину стенки, а также определить материал, из которого изготовлен образец, выбрав для него соответствующие значения модуля упругости, коэффициента Пуассона (табл. 8.1) и предела текучести при рабочей температуре. По формуле (8.1) определяется значение критической длины цилиндра и решается вопрос длинным или коротким является исследуемый цилиндр.

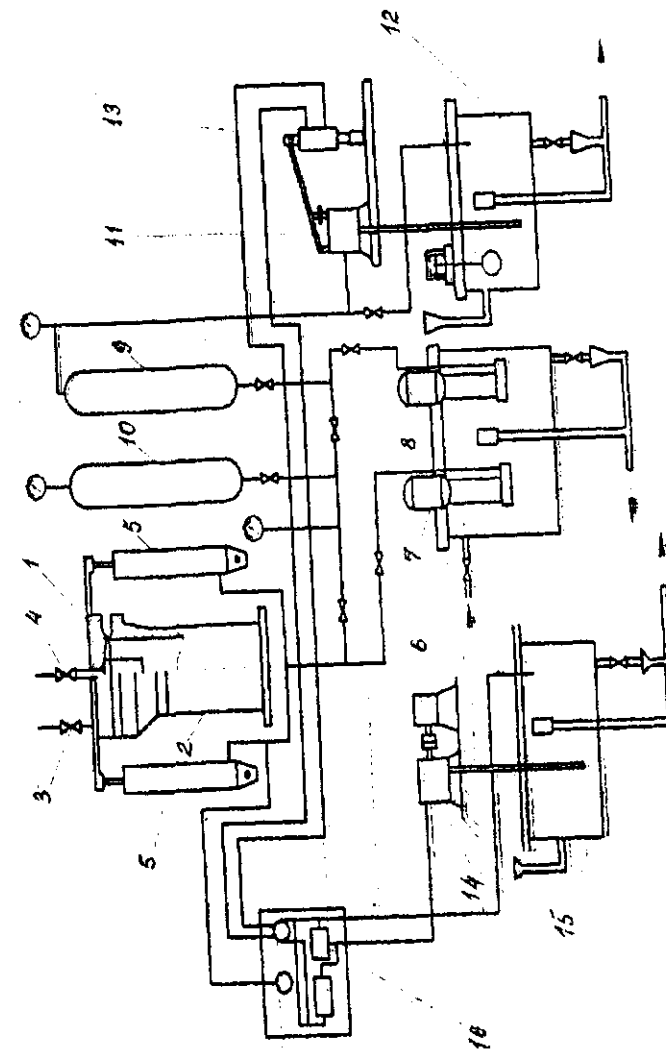


Рис. 8.5

Затем по формулам (8.2), (8.4), (8.5) или (8.7) рассчитывается величина критического давления для исследуемой оболочки (образца).

По указанию руководителя расчеты $P_{кр}$ могут быть ограничены формулой (8.7).

Таблица 8.1

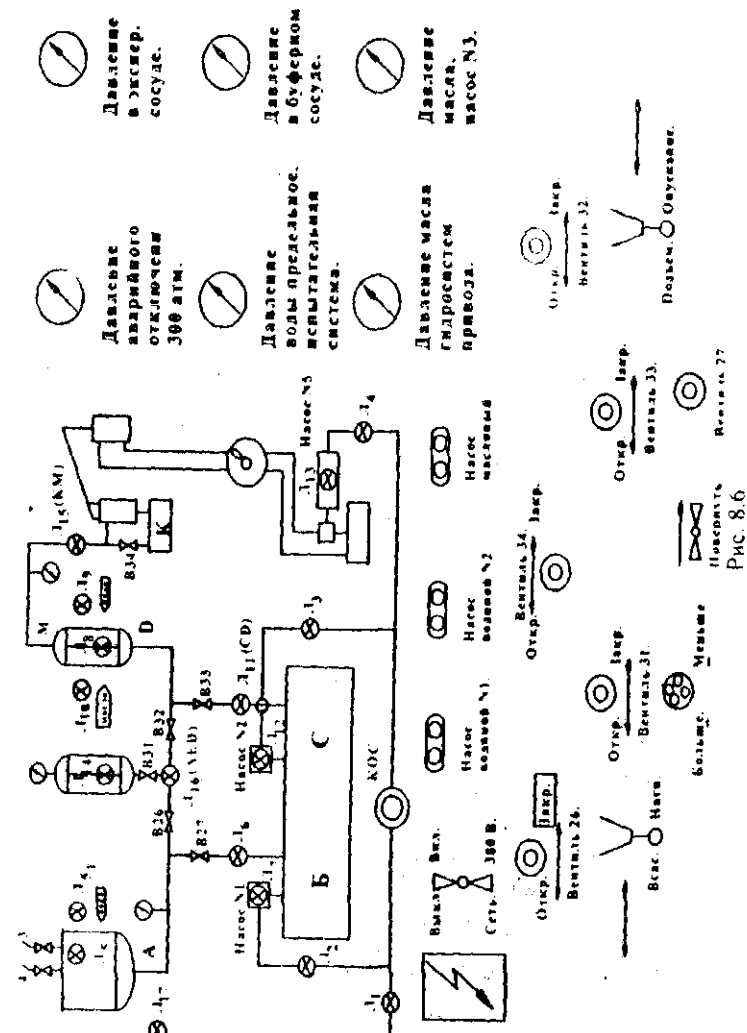
№ п/п	Материал	Предел текучести, σ_T при $t=20^\circ\text{C}$	Модуль упругости E , МПа	Коэффициент Пуассона μ
1	Сталь	240	$2 \cdot 10^5$	0.3
2	Алюминий	35	$0.69 \cdot 10^5$	0.34
3	Дюралюминий	100	$0.71 \cdot 10^5$	0.34
4	Медь	50	$1.1 \cdot 10^5$	0.32
5	Латунь	110	$0.95 \cdot 10^5$	0.37
6	Полиэтилен низкого давления	-	500	0.3
7	Полиэтилен высокого давления	-	100	0.3

Экспериментальная часть

Работы на установке при определении критического давления экспериментальным путем проводятся в следующей последовательности.

1 Этап. Установка исследуемого образца в экспериментальный сосуд. Исследуемый образец закрепляется в крышке экспериментального сосуда. Для этого необходимо:

- 1) отвинтить гайки и откинуть болты, фиксирующие крышку экспериментального сосуда;
- 2) подать электропитание на установку;



- включить пакетный выключатель на панели корпуса трехфазного повышающего трансформатора 17 (на мнемосхеме загорается лампа L_1);

- включить переключатель 18 (загораются лампы L_2, L_3, L_4);

- нажатием на кнопку опробывания сигнализации (КОС) проверить исправность всех контрольных сигнальных ламп (на мнемосхеме должны загореться все лампы L_1-L_{17});

3) пусковой кнопкой 21 включить в работу масляный насос № 3 (загорается L_{13}); действуя двухпозиционным краном управления 35, поднять крышку экспериментального сосуда;

4) выключить масляный насос № 3 (гаснет лампа L_{13}); при этом крышка фиксируется на достигнутой высоте;

5) закрепить образец в гнезде крышки экспериментального сосуда;

6) двухпозиционный кран 35 перевести в положение "опускание" и повторно включить насос № 3 (загорается лампа L_{13}), крышка с образцом опускается до упора;

7) отключить масляный насос № 3 (лампа L_{13} гаснет), установить откидные болты и затянуть гайки.

II. Этап. Заполнение экспериментального сосуда водой:

1) открыть вентили 3 и 27 (вентили 26, 31, 32, 33 и 34 должны быть закрыты);

2) пусковой кнопкой 19 включить в работу водяной насос № 1 (загораются лампы L_6 и L_7); при заполнении экспериментального сосуда водой на 100 % загораются лампы L_3 и L_{5_1} и насос автоматически отключается (лампы L_6 и L_7 гаснут);

3) быстро закрепить вентили 3 и 27.

III. Этап. Заполнение водой разделительного сосуда:

1) открыть вентили 34 и 33;

2) пусковой кнопкой 20 включить в работу водяной насос № 2 (загораются лампы L_{11} и L_{12}); при заполнении сосуда водой на 100 % загораются контрольные лампы L_8 и L_9 и насос автоматически отключается (лампы L_{11} и L_{12} гаснут);

3) закрыть вентили 33 и 34.

IV. Этап. Подъем давления в буферном сосуда:

1) открыть вентили 31, 32 и 34;

2) пусковой кнопкой 21 включить масляный насос № 3 (загораются лампы L_{15} и L_{16});

3) краном управления 30 привести в действие плунжерный насос; при этом вода из разделительного сосуда передавливается в буферный сосуд, давление в котором повышается и фиксируется с помощью манометра 23;

4) при 100 % заполнении разделительного сосуда маслом загорается лампа L_{10} ; если при этом давление в буферном сосуда не достигло заданного значения (указывается преподавателем), необходимо повторно заполнить разделительный сосуд водой; для чего следует закрыть вентили 31 и 32, отключить насос № 3 и повторить III этап; затем повторяется IV этап до тех пор, пока в буферном сосуда не будет достигнуто заданное давление;

5) выключить насос № 3, закрыть вентили 31, 32 и 34.

V. Этап. Подъем давления в экспериментальном сосуда:

1) открыть вентили 4 и 26;

- 2) медленно открыть вентиль 31, наблюдая за показаниями манометра 22 (критическое давление для исследуемого образца определяется в момент резкого хлопка внутри экспериментального сосуда);
- 3) для сброса остаточного давления в системе открыть вентили 32 и 34;
- 4) закрыть вентили 4, 26, 31, 32 и 34.

17 **Этап.** Извлечение исследуемого образца из экспериментального сосуда:

- 1) повторить п.п. 1, 3, 4 1-го этапа;
- 2) извлечь исследуемый образец из гнезда крышки экспериментального сосуда;
- 3) повторить п.п. 6 и 7 1-го этапа;
- 4) отключить электропитание установки.

Обработка результатов и отчет по проделанной работе

На основании расчетных и экспериментальных результатов заполняется таблица 8.2

Таблица 8.2

№ п.п.	Диаметр обочечки, мм	Диаметр обочечки D, мм	Толщина стенки обочечки S, мм	Критическая длина обочечки $l_{кр}$, мм	Материал обочечки	Модуль упругости E, МПа	Коэффициент Пуассона μ	Критическое давление, МПа		Расхождение расчетных и экспериментальных результатов, %
								Расчетное $P_{кр}$	Экспериментальное $P'_{кр}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Отчет по проделанной работе должен содержать:

- 1) номер, наименование и цель работы;
- 2) теоретические расчеты;

-исходные данные (эскиз образца с буквенными обозначениями размеров, входящих в расчетные формулы);

- расчетные формулы и расчеты в числовой форме;

3) таблицу расчетных и экспериментальных данных;

4) выводы.

Лабораторная работа 12

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗГИБАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ В БАНДАЖАХ

Цель работы: 1. Ознакомление с основными теоретическими положениями по расчету напряжений, возникающих в бандаже.

2. Приобретение навыка экспериментального определения деформаций и напряжений, возникающих в бандаже при заданной нагрузке Q.

Расчет напряжений в бандажах

Вращающиеся барабанные аппараты (печи, сушилки, мельницы и т.п.) широко применяются в химической, металлургической, цементной и других отраслях промышленности. В химической промышленности их используют при производстве соды, термофосфатов, сернистого бария, циана, для обезвреживания хлористого магния, на глиноземных заводах они служат для кальцинирования гидроокиси алюминия, в производстве огнеупоров - для обжига глины. Во вращающихся барабанных аппаратах обжигают известь, гипс, керамзит и другие строительные материалы. Широкое применение вращающиеся печи нашли в цементной промышленности для обжига шлака или сырьевой смеси и получения клинкера. Эти аппараты, как правило, имеют следующее конструктивное решение: на барабан надеты два (иногда и более) бандажа, которые, в свою очередь, опираются на опорные ролики. Вращение аппарата производится с помощью зубчатой передачи, одна из шестерен которой укрепляется на барабане; при этом оба конца барабана свободны для загрузки и выгрузки обрабатываемых продуктов. Бандажи могут быть жестко скреплены с барабаном или свободно надеты на него, в последнем случае между барабаном и бандажом располагают ряд башмаков. Они удерживают бандаж от смещения вдоль оси барабана и передают нагрузку от барабана бандажу. При очень большом числе башмаков (просветы между соседними башмаками невелики) касание между бандажом и корпусом считают непрерывным.

Известны и другие схемы укрепления бандажей на барабане. При расчете на прочность элементов таких аппаратов наиболее ответственным является расчет бандажей.

Рассмотрим бандаж (рис.12.1), опирающийся на два ролика и нагруженный вертикальной сосредоточенной нагрузкой Q , приложенной в нижней точке бандаж (через башмак). Сила Q представляет собой вес вращающихся частей аппарата и обрабатываемых продуктов, приходящийся на каждый бандаж. Из условий статики можно определить реакцию каждого опорного ролика.

Принимая, что реакции опор направлены по радиусу к центру, находим

$$T = \frac{Q}{2\cos(\pi-\beta)} = \frac{Q}{2\cos\beta} \quad (12.1)$$

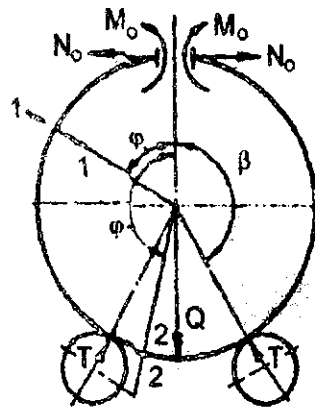


Рис.12.1

Под действием сил Q и T материал бандаж испытывает напряженное состояние, которое можно квалифицировать как изгиб, т.е. в сечениях бандаж действуют изгибающие моменты M_0 и продольные силы N_0 , но отсутствуют поперечные силы вследствие симметричности системы относительно вертикальной оси по линии действия нагрузки Q .

Система статически неопределимая, и для решения задачи по определению напряжений необходимо вывести уравнения для изгибающих моментов на участках бандаж, ограниченных точками

приложения внешних нагрузок Q и T . За начало 1-го участка удобно принять сечение 0-0 по оси симметрии системы, а положение сечений задавать переменной угловой координатой φ , отсчитывая ее от того же сечения 0-0.

Не приводя соответствующих математических выкладок, основанных на использовании теоремы Кастильяно, которая связывает потенциальную энергию, угловые и осевые перемещения с внутренними силовыми факторами в бандаже, запишем выражения для искомых изгибающих моментов.

Для 1-го участка (переменное сечение 1-1), ограниченного началом отсчета 0-0 и точкой приложения опорной реакции T , при углах $0 \leq \varphi \leq \beta$

$$M_1 = -\frac{QR}{2\pi} \left[1 + \frac{1}{\cos\beta} - (\pi - \beta) \operatorname{tg}\beta \cos\varphi \right] \quad (12.2)$$

Для 2-го участка (переменное сечение 2-2), ограниченного точками приложения сил T и Q , при углах $\beta \leq \varphi \leq \pi$

$$M_2 = -\frac{QR}{2\pi} \left[1 + \frac{1}{\cos\beta} + \beta \operatorname{tg}\beta \cos\varphi - \pi \sin\varphi \right] \quad (12.3)$$

Для второй половины бандаж вследствие симметричности системы уравнения моментов будут аналогичны.

Формулы (12.2) и (12.3) можно преобразовать для расчетной схемы лабораторной модели бандаж при угле между роликами 60° , т.е. при $\beta = 150^\circ = \frac{5}{6}\pi$ рад.

Соответственно для 1-го и 2-го участков получим выражения

$$M_1 = (0.0246 - 0.0481 \cos\varphi) QR; \quad (12.4)$$

$$M_2 = (0.0246 + 0.241 \cos\varphi + 0.5 \sin\varphi) QR. \quad (12.5)$$

Пользуясь этими формулами, можно рассчитать значения изгибающих моментов в любом сечении бандаж, принимая различные значения угла φ , и построить эпюру распределения моментов M как функцию от φ , т.е. $M = M(\varphi)$.

Изгибающие напряжения в любом сечении бандаж определяют по формуле

$$\sigma = \pm \frac{M(\varphi)}{W}, \quad (12.6)$$

где W - момент сопротивления поперечного сечения бандаж, м^3 . Это сечение в зависимости от конструкции может представлять собой прямоугольник, двутавр и т.п.

В формулах (12.4) и (12.5) величина R (м) является радиусом срединной поверхности, равноудаленной от наружной и внутренней поверхностей бандаж.

Описание экспериментальной установки

Установка (рис.12.2) состоит из бандаж 8, опирающегося на ролики 7, установленные на станине 6. Угол между ними составляет 60° . Барабан 9, лежащий на башмаке 10, имеет ось, на которую по обеим сторонам барабана надеты две тяги 11. Внизу эти тяги соединены траверсой 13, на которой установлен гидроцилиндр 12 с поршнем, упирающимся в станину 6. Гидроцилиндр позволяет создать нагрузку Q , имитирующую вес барабана с обрабатываемым материалом.

В гидроцилиндр подается давление от насоса 3, который приводится в действие вручную с помощью рукоятки 14. Для управления процессами нагнетания и сброса давления служат вентили 1, 2 и емкость 4. Контроль за давлением жидкости в гидроцилиндре осуществляется с помощью манометра 5. Под действием этого давления корпус гидроцилиндра перемещается вниз и нагрузка через тяги 11 прикладывается к оси барабана 9 и через башмак 10 передается на бандаж.

В нагруженном башмаке возникают деформации изгиба, которые определяются с помощью наклеенных тензодатчиков (ТД) и цифрового тензометрического моста ЦТМ-5.

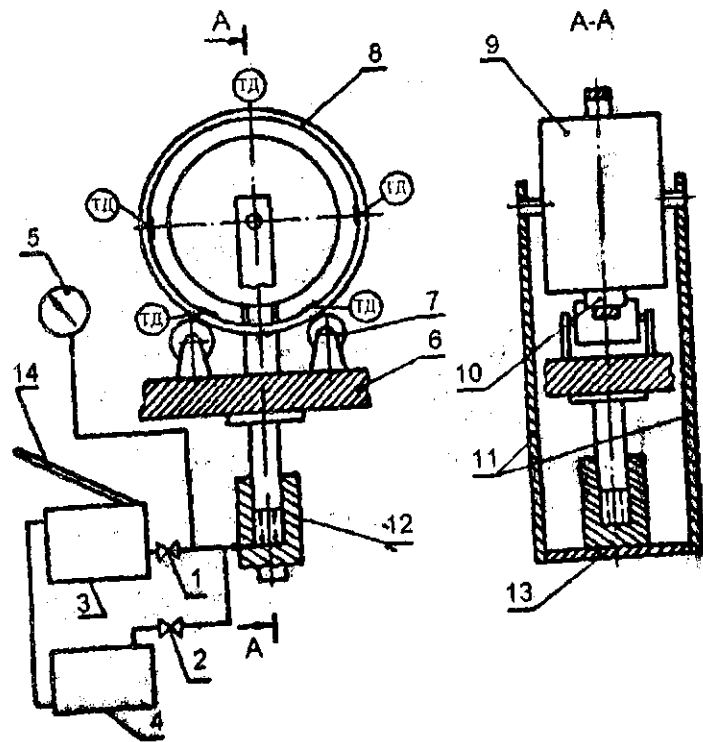


Рис. 12.2

Порядок выполнения работы

По формулам (12.4) и (12.5) рассчитываются изгибающие моменты для исследуемого бандажа при подаче в гидроцилиндр заданного давления p (МПа), принимая значения угла φ для участка от 0 до 150° через 10°, а для участка от 150° до 180° через 5°, чтобы точнее построить эпюру изгибающих моментов.

Нагрузка на бандаж определяется по формуле

$$Q = pF, \quad (12.7)$$

где F - площадь поршня гидроцилиндра, равная 0,0009 м².

Радиус срединной поверхности бандажа в лабораторной модели $R = 0.24$ м.

По расчетным данным строится эпюра моментов. При этом значения моментов со знаком минус откладываются снаружи от окружности бандажа, а со знаком плюс - внутри. Для сечений бандажа, соответствующих местам крепления тензодатчиков ($\varphi = 0, 90, 150, 210$ и 270°), по формуле (12.6) рассчитываются напряжения. Момент сопротивления сечения бандажа

$$W = \frac{bh^2}{6}, \quad (12.8)$$

так как в установке бандаж выполнен в виде кольца прямоугольного профиля со сторонами b и h (м). При замере этих величин следует принять размер h , лежащий в плоскости действия внешних нагрузок Q и T и перпендикулярный к нейтральному слою при изгибе. Для сечения, указанного преподавателем, построить эпюру напряжений с числовыми значениями.

Определение напряжений в заданных точках бандажа экспериментальным путем проводится в следующей последовательности:

- 1) получив разрешение у преподавателя, включить в сеть цифровой тензометрический мост ЦТМ-5, работающий в комплекте с переключателем датчиков ПД-100М, снять показания n_i для исследуемых точек при ненагруженном бандаже; номера точек (датчиков) нанесены на бандаже;
- 2) открыть вентиль 1 (вентиль 2 должен быть закрыт) и с помощью насоса поднять давление в гидроцилиндре до заданной величины, после чего вентиль 1 закрыть;
- 3) с помощью прибора ЦТМ-5 и переключателя датчиков (ПД-100М) снять показания n_i исследуемых точек при нагруженном бандаже;
- 4) выключить ЦТМ-5 из сети и снизить давление в гидроцилиндре до нуля, открыв вентиль 2;
- 5) привести установку в порядок и доложить преподавателю об окончании работы.

Расчет напряжений проводится по формуле

$$\sigma = \epsilon E = 1.05(n_k - n_o), \text{ МПа} \quad (12.9)$$

где ϵ - относительная деформация в исследуемой точке; E - модуль упругости для материала бандажа, для стали $E=2.1 \cdot 10^3$ МПа.

Относительную деформацию рассчитывают на основании опытных данных по формуле

$$\epsilon = k(p_k - p_0), \quad (12.10)$$

где k - коэффициент перехода для тензометрического прибора; $\epsilon = 5 \cdot 10^{-6}$ (значение коэффициента может быть иным при смене прибора); p_0, p_k - показания ЦТМ-5 для исследуемой точки до и после нагружения бандажа соответственно.

На основании полученных результатов заполняется табл. 12.1 и проводится сравнение расчетных и опытных данных.

Результаты расчетов и измерений

Таблица 12.1

№ п/п	Давление в цилиндре P_3 , кгс/см ² (МПа)	Нагружка Q , кгс (Н)	№ исследуемой точки	Показания ЦТМ-5			Экспериментальные + новые значения $\sigma_{\text{экс}}$, кгс/см ² (МПа)	Расчетные значения σ , кгс/см ² (МПа)	Расхождение $\Delta = \frac{\sigma - \sigma_{\text{экс}}}{\sigma} \cdot 100\%$
				до нагружения p_0	при нагружении p_k	$p_k - p_0$			

Содержание отчета по работе

1. Номер и наименование работы.
2. Основные теоретические предпосылки к работе.
3. Теоретические расчеты напряжений в бандажах, включая расчетную схему, исходные данные, формулы и эпюру моментов, построенные на основании расчетных данных, эпюру напряжений в заданном сечении бандажа с числовыми значениями на ней.
4. Результаты экспериментального определения напряжений.
5. Таблица экспериментальных и расчетных данных (табл. 12.1)
6. Выводы.

Редактор Л.Г.Шевчук
Корректор Ю.Е.Стрыхарь

Лицензия № 020404 от 6.03.97 г.

Подписано в печать 12.10.2000.

Бумага писчая.

1,5 уч.-изд.л.

Печать офсетная.

Тираж 300 экз.

Формат 60x84 1/16.

1,39 усл.печ.л.

Заказ 203

«С» 156.

Издательство Казанского государственного технологического университета

Офсетная лаборатория Казанского государственного технологического университета

420015, Казань, К.Маркса, 68