Математика Олимпиадное задание Вариант №3

Тест состоит из частей А и В. На его выполнение отводится 180 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удается выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Задания А

К каждому заданию А даны несколько ответов, из которых только один верный. Выберите верный, по Вашему мнению, ответ. В бланке ответов <u>под номером</u> задания поставьте <u>крестик</u> (х) в клеточке, номер которой равен <u>номеру</u> выбранного Вами ответа.

А1. $\left(\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{7-2\sqrt{10}}}{\left(\sqrt{\sqrt{2}}+\sqrt[4]{5}\right)\left(2^{1/4}-\left(\sqrt{5}\right)^{1/2}\right)}\right)^{1/3}$. **Результат вычислений равен**

1) $-\sqrt[6]{3}$ 2) $-\sqrt{3}$ 3) $\sqrt[6]{3}$ 4) 1,2 5) $\sqrt[3]{3}$

А2. Результат упрощения выражения $\dfrac{a\sqrt[3]{a}-2a+\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a}-1}:\left(\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}-1}\right)^{-1}$ **имеет вид**

1) a 2) $a^{-1/3}$ 3) $a^{-2/3}$ 4) $a^{1/3}$ 5) $a^{2/3}$

А3. График квадратного трехчлена $y=mx^2+2(m+1)x+m+2$ **пересекает ось абсцисс в двух точках, если m удовлетворяет условию**

1) $m\in(1;\infty)$ 2) $m\in(-1;\infty)$ 3) $m\in(-1;1)$

4) $m\in(-\infty;0)\cup(0;\infty)$ 5) $m\in$?

А4. Сумма корней уравнения $x^2-4x+2=\dfrac{|5x-4|}{3}$ **равна**

1) 7 2) $5\dfrac{2}{3}$ 3) 8 4) $5\dfrac{1}{3}$ 5) 1

А5. Среднее арифметическое всех действительных корней уравнения $x^3-3x-2=0$ **равно**

1) 0 2) $\dfrac{1}{3}$ 3) $-\dfrac{1}{3}$ 4) $\dfrac{1}{2}$ 5) $-\dfrac{1}{2}$

А6. Корень уравнения $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{10x+5}=x+3$ **принадлежит промежутку**

1) (-1;0) 2) (-2;-1) 3) (2;1) 4) (0;3) 5) (-4;-2)

А7. Найдите произведение корней уравнения $|3x| = 40 - x^2$

1) -25 2) 5 3) 3 4) 1600 5) -40

А8. Результат вычисления выражения $9^{\log_{27}125\cdot\log_{125}8}$ **равен**

1) 4 2) $\sqrt{8}$ 3) 3 4) 9 5) 2

10 класс

А9. Если x_0, y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} \log_2 x^2y^3 = 1 \\ \log_2 \dfrac{x}{y^2} = 4 \end{cases}$ **, то сумма $x_0 + y_0$ равна**

1) 3	**2)** 4,5	**3)** 4	**4)** 2,5	**5)** 3,5

10 класс

A10. Результат упрощения выражения $\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}+\operatorname{ctg}\frac{\pi}{12}$ **равен**

1) $2\sqrt{2}$ 2) 4 3) $4\sqrt{2}$ 4) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 5) 2

A11. Результат вычисления выражения $\operatorname{ctg}\left(\arcsin\frac{4}{5}\right)$ **равен**

1) $\frac{4}{3}$ 2) $\frac{3}{5}$ 3) $\frac{5}{3}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5) $\frac{3}{4}$

A12. Найдите сумму корней уравнения $\left(\sqrt{3}\operatorname{tg}\frac{x}{2}-1\right)\cdot(\cos x+1)=0$ **принадлежащих интервалу (-90° ; 450°).**

1) 240 2) 480 3) 450 4) 660 5) 60

A13. Уравнение касательной, проведенной к графику функции $y=x^3+5x+5$ **в точке с абсциссой** $x_0=-1$**, имеет вид**

1) y = 7x + 8 2) y = 8x + 7 3) y = 8x + 6 4) y = 9x + 8 5) y = 9x + 6

A14. Косинус угла между векторами $\vec{a}(2;1;-1)$ **и** $\vec{b}(-7;1;2)$ **равен**

1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $-\frac{5}{6}$ 4) $\frac{4}{7}$ 5) $-\frac{2}{3}$

A15. Если биссектриса внешнего угла равнобедренного треугольника ABC при основании AC образует с основанием угол в 132°, то угол ABC равен

1) 18° 2) 30° 3) 45° 4) 12° 5) 15°

A16. Найти сумму целых значений x, принадлежащих области определения функции $y=\lg^{-1}(1-x)+\sqrt{x+2}$

1) 1 2) -2 3) -3 4) 2 5) -1

A17. В треугольнике ABC-основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ - $\angle CAB=90^\circ$**, отношение гипотенузы к катету равно** $\sqrt{6}:2$ **, а второй катет равен 12. Тогда расстояние между прямыми** AA_1 **и** BC_1 **равно**

1) $4\sqrt{6}$ 2) $6\sqrt{6}$ 3) $2\sqrt{6}$ 4) $8\sqrt{3}$ 5) $3\sqrt{6}$

A18. Найти количество целых решений неравенства $\left|x^2-4x+3\right|\le 3-x$

1) 1 2) 3 3) 2 4) 4 5) 5

Задания В

Ответы заданий части В запишите на бланке ответов рядом с номером задания, начиная с первого окошка. Ответом может быть <u>только число</u>. Если в ответе есть число π, то считайте его равным трем. Каждую цифру числа и знак минус (если число отрицательное) пишите в отдельном окошке по приведенным образцам.

B1. Найдите количество всех целых решений неравенства $\frac{2-x-x^2}{3x-2x^2-x^3}\ge 0$ **, принадлежащих промежутку [-11;2),**

10 класс

B2. Найдите число целых решений неравенства $5^{\log_{\frac{1}{5}}\left(x^2+3x-4\right)} \ge \frac{1}{11}$
B3. В арифметической прогрессии пятый член равен 8, а сумма второго и седьмого членов равна 13. Вычислите сумму первых одиннадцати членов прогрессии
B4. Пусть производная функции f(x) имеет вид $f'(x)=x^2\left(x^2-1\right)\left(x^2-3\right)$ **. Определите количество промежутков возрастания функции f(x)**
B5. Пусть V, R и G соответственно число вершин, ребер и граней усеченной пирамиды. Укажите значение 3R + 2V, если G = 15
B6. Найдите сумму целых решений неравенства $\log_2\left(x^2+4\right)\cdot\left(\log_{0,9}\frac{8x}{x+1}-\log_{0,9}(5-x)\right)\le 0$
B7. Боковые ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 6, 3 и 2. Тогда ее объем равен ...
B8. В сплав олова и меди, содержащий 55% олова, добавлено 2 кг чистого олова, после чего содержание меди в сплаве уменьшилось на 10 %. Найти первоначальный вес сплава (кг)

10 класс