10 класс. Решение.

A1

$$\sqrt[4]{2^5 \times \sqrt[3]{4}} + \sqrt[4]{64 \times \sqrt[3]{\frac{1}{2}}} - 3 \times \sqrt[3]{2 \times \sqrt[4]{2}} =$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^{15} \times 2^2}} + \sqrt[4]{2^6 \times \sqrt[3]{\frac{1}{2}}} - 3 \times \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^5}} =$$

$$\sqrt[12]{2^{17}} + \sqrt[12]{\frac{2^{18}}{2}} - 3 \times \sqrt[12]{2^5} =$$

$$2 \times \sqrt[12]{2^5} + 2 \times \sqrt[12]{2^5} - 3 \times \sqrt[12]{2^5} =$$

$$\sqrt[12]{2^5} = \sqrt[12]{32}$$

Ответ: 1)

A2

$$\frac{x\sqrt{x} - 8y\sqrt{y} - 6\sqrt{xy}(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})}{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}} =$$

$$\frac{(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})(x + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + 4y) - 6xy(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})}{(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})} =$$

$$\frac{(x - 2\sqrt{y})(x + 2\sqrt{xy} + 4y - 6\sqrt{xy})}{(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})} =$$

$$x - 4\sqrt{xy} + 4y = (\sqrt{x} - 2\sqrt{y})^2$$

Ответ: 5)

A3

$$y = x^2 + (a - 1)x + 0,25a + 2,25 .$$

Можем представить в виде квадратного двучлена, если D = 0:

$$D = (a - 1)^2 - 4 \times (0,25a + 2,25) = a^2 - 2a + 1 - a + 11 = a^2 - 3a + 10$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$a = -2; a = 5;$$

Ответ: 2)

A4

$$(x+0,5)(x^2-9)=(2x+1)(x+3)^2$$

$$(x+0,5)(x^2-9)-\ 2(x+0,5)(x+3)^2=0$$

$$(x+0,5)(x+3)\big(x-3-2(x+3)\big)=0$$

$$(x+0,5)(x+3)(x+9)=0$$

Корни -0,5 ; -3 ; -9

-0,5 + (-3) + (-9) = -12,5

Ответ: 4)

A5

$$(x-3)(x-4)^3+(3-x)(x-5)^3=61(x-3)$$

$$(x-3)((x-4)^3-(x-5)^3-61)=0$$

$$(x-3)(\ ((x-4)-(x-5))\times((x-4)^2+(x-4)(x-5)+(x-5)^2)-61)=0$$

$$(x-3)(1\times(x^2-8x-16+x^2-9x+20+x^2-10x+25)-61)=0$$

$$(x-3)(3x^2-27x)=0$$

$$3x(x-9)(x-3)=0$$

Корни: x = 3; x=0; x=9

$$\text{Среднее ариф.}=\ \frac{3+0+9}{3}=\ \frac{12}{3}=4$$

Ответ: 1)

A6

$$\sqrt{\sqrt{16+9x^2}-4x}=2-x$$

ОДЗ: $x\ \le 2$

$$\sqrt{16+9x^2}-4x=\ 4-4x+x^2$$

$$\sqrt{16+9x^2}=x^2+4$$

$$16+9x^2=x^4+8x^2+16$$

$$x^4-x^2=0$$

$$x^2(x^2-1)=0$$

$x=0$; $x=-1;\ x=1$

Ответ: 1)

A7

$x^2+15=|\,8x\,|$

$x \geq 0$ *:*

$x^2+15=8x$

$x^2-8x+15=0$

$x_1=3\,;x_2=5$

$x<0$*:*

$x^2+15=-8x$

$x^2+8x+15=0$

$x_1=-3\,;x_2=-5;$

(-3)*(-5)*3*5 = -225

Ответ: 4)

№8

$\log_{ab^3}(\frac{\sqrt[5]{a}}{b^3})$ = ?, *если* $\log_b a=5$

$$\frac{\log_b\frac{\sqrt[5]{a}}{b^3}}{\log_b ab^3}=\frac{\log_b \sqrt[5]{a}-\log_b b^3}{\log_b a+\log_b b^3}=\frac{\frac{1}{5}\times 5-3}{5+3}=\frac{-2}{8}= -0{,}25$$

Ответ: 4)

A9.

$$\begin{cases}\log_9\dfrac{x^2}{\sqrt{y}}=\dfrac{1}{2}\\ \log_3 xy=3\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{\sqrt{y}}=3\\ xy=27\\ x>0; y>0\end{cases}$$

$y=\frac{27}{x}\rightarrow\sqrt{y}=\sqrt{\frac{27}{x}}$

$\sqrt{x^5}=\sqrt{3^5}$

$$\begin{cases}x=3\\ y=9\end{cases}$$

X+Y = 3+9 = 12

Ответ: 1)

A10.

$$\frac{(\sin 10+\sin 80)(\cos 80-\cos 10)}{\sin 70}=\frac{2\sin 45\cos 35(-2\sin 45\sin 35)}{\sin 70}=\frac{-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2\sin 35\cos 35}{2\sin 35\cos 35}=-1$$

Ответ: 3)

A11

$$\cos\left(2\arcsin\left(\frac{12}{13}\right)\right)=1-2\sin\left(\arcsin\left(\frac{12}{13}\right)\right)^2=1-2\times\left(\frac{12}{13}\right)^2=\frac{-119}{169}$$

Ответ: 5)

A12.

$(\tan x-\sqrt{3})(\cos 2x+1)=0$

$\tan x-\sqrt{3}=0$:

$\tan x=\sqrt{3}$

$x=\frac{\pi}{3}+\pi n$

$(\cos 2x+1)=0$:

$(\cos 2x)=-1$

$2x=\pi+2\pi n$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$

$\cos x\neq 0$

$x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n$

Ответ: 3)

A13.

$$y=1-\sin 2x\ ;\quad x_0=0;\qquad y(0)=1-\sin 0=1$$

$$y'=-2\cos 2x\ ;\qquad y'(0)=-2\cos 0=-2$$

Уравнение касательной:

$$y=y(x_0)+y'(x_0)(x-x_0)$$

$$y=1-2(x-0)$$

$$y=-2x+1$$

Ответ: 1)

A14.

A(1;1;0) B(1;2;2) C(3;2;0)

$$AB = \sqrt{(1-1)^2 + (1-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(1-3)^2 + (2-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(1-3)^2 + (1-2)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$P_{ABC} = AB + BC + AC = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$$

Ответ: 4)

A15

$$\begin{cases} a+b+c=11 \\ a+c+d+c=15 \\ b+d+c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15-(a+c)=14-b \\ a+c=11-b \end{cases}$$

15=25-2b

b= 5

Ответ: 5)

A16.

$$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{5}}(x^2-5x+7)}$$

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{5}}(x^2-5x+7) \geq 0 \\ x^2-5x+7>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-5x+7 \leq 1 \\ x^2-5x+7>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-5x+6 \leq 0 \\ x^2-5x+7>0 \end{cases}$$

Целые решения: 2;3 **Ответ: 4)**

A17.

Точки A, B, C образуют прямоугольный треугольник по т. обр. теореме Пифагора

$26^2 = 24^2 + 10^2$

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2 = 900; R = 15.$$

Угол ACB = 90° , значит AB – диаметр окружности. AO1 = 26/2 = 13

$$OO_1 = \sqrt{AO^2 - AO_1{}^2} = \sqrt{225-169} = 2\sqrt{14}$$

Ответ: 5)

<u>А18.</u>

$$\left|x^2-2x-3\right|<3x-3$$

$$-3x+3<x^2-2x-3<3x-3$$

$$\begin{cases} x^2-5x<0 \\ x^2+x-6>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-5)<0 \\ (x-2)(x+3)>0 \end{cases}$$

Целые решения 3;4 Их сумма 3+4=7

Ответ: 5)

<u>В1.</u>

$$\frac{20-x-x^2}{15x-2x^2-x^3}\geq 0$$

$$\frac{(x-4)(x+5)}{x(x^2+2x-15)}\geq 0$$

$$\frac{(x-4)(x+5)}{x(x-3)(x+5)}\geq 0$$

Целые решения 1;2;4

Всего 3 решения

Ответ: 3)

<u>В2.</u>

$$\sqrt{2-x}\log_2(x^2-2x-3)\leq 0$$

$$\begin{cases} 2-x>0 \\ x^2-2x-3>0 \\ \log_2(x^2-2x-3)\leq 0 \end{cases} \qquad \text{или} \qquad \begin{cases} 2-x\geq 0 \\ x^2-2x-3>0 \\ \sqrt{2-x}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<2 \\ (x+1)(x-3)>0 \\ x^2-2x-3\leq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x\leq 2 \\ (x+1)(x-5)>0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<2 \\ (x+1))x-3)>0 \\ x^2-2x-4\leq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2 \\ (x+1)(x-3)>0 \end{cases}$$

$x\in\left[1-\sqrt{3}\,;\,-1\right)\cup\{2\}$

Целые решения 2

Ответ: 1)

<u>В3.</u>

Дано: { $\boldsymbol{a_n}$} – арифм. Прогрессия; $\boldsymbol{a_6 = 10}$; $\boldsymbol{a_2 + a_8 = 12}$;

Найти: $\mathbf{S_{12}} -$?

Решение:

$$\begin{cases} a_1 + 5d = 10 \\ a_1 + d + a_1 + 7d = 12 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} a_1 + 5d = 10 \\ a_1 + 4d = 6 \end{cases}$$

$$d = 4$$

$$a_1 = -10$$

$$S_{12} = \frac{-2 * 10 + 11 \times 4}{2} \times 12 = 24 \times 6 = 144$$

Ответ: 144

<u>В4.</u>

$\boldsymbol{y = 4x^3 - 6x^2 - 105x}$

$\boldsymbol{y' = 12x^2 - 12x - 105}$

$\boldsymbol{y' = 0}$:

$$12x^2 - 12x - 105 = 0$$

$$4x^2 - 4x - 35 = 0$$

$\boldsymbol{y'(3,5) = 0}$; $\boldsymbol{y'(-2,5) = 0}$

$\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{-2,5}$; $\boldsymbol{3,5}$ $] -$ промежуток убывания

Целые решения -2; -1; -;1; 2; 3;

Ответ: 6

<u>В4.</u>

V=6

G=5

R=9

2V + 5G = 2*6+5*5=12+25=37

Ответ: 37

B6.

$$(\log_{0,5}\frac{6x}{x-6} - \log_{0,5}(x+5)) \times \log_{0,4}(x^2+1) \quad \geq 0$$

$$\begin{cases} \log_{0,5}\dfrac{6x}{(x-6)(x+5)}\log_{0,4}(x^2+1) \ \geq 0 \\ \dfrac{6x}{x-6} > 0 \\ x+5>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\dfrac{6x}{(x-6)(x+5)} - 1)(x^2+1-1) \geq 0 \\ \dfrac{6x}{x-6} > 0 \\ x+5>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-10)(x+3)x^2 \geq 0 \\ \dfrac{6x}{x-6} > 0 \\ x > -5 \end{cases}$$

$x \in (-5;-3] \cup (6;10]$;

Целые решения: -4;-3;7;8;9;10

Ответ: 6

B7.

Стороны 10 и 22 ; SA=SB=22 (по неравенству треугольника); AB =10, значит r=5.

$\pi \approx 3$.

$S = 3(5 \times 22 + 5^2) = 3(110+25) = 3 \times 135 = 405$

Ответ: 405

B7.

Пусть первоначально было х кг, тогда:

$0,08x = 0,06(x+12)$

$8x = 6x + 72$

$x = 36$

Ответ: 36