11 класс

A1.

$$\left(\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{(10-2\times\sqrt{21})}}{(\sqrt{\sqrt{3}}+\sqrt[4]{7})(3^{\frac{1}{4}}-(\sqrt{7})^{\frac{1}{2}})}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{\sqrt{7}\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}}{\left(\sqrt[4]{3}\right)^2-(\sqrt[4]{7})^2}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-\sqrt{7}}\right)^{\frac{1}{3}}=(-\sqrt{7})^{\frac{1}{3}}=-\sqrt[6]{7}$$

Ответ: 2)

A2.

$$\frac{a^3-2a^2b+ab^2}{a^2\sqrt{a}+ab\sqrt{b}-a^2\sqrt{b}-b\sqrt{a^3}}=\frac{a(a^2-2ab+b^2)}{a\sqrt{a}(a-b)+a\sqrt{b}(b-a)}=\frac{a(a-b)^2}{(a\sqrt{a}-a\sqrt{b})(a-b)}=\frac{a(a-b)^2}{(a\sqrt{a}-a\sqrt{b})(a-b)}=$$
$$\frac{a(a-b)}{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

Ответ: 2)

A3.

$$y=x^2+2(a+1)x+9a-5$$

$$x^2+2(a+1)x+(a+1)^2-a^2+7a-6=\left(x+(a+1)\right)+^2 0$$

$$\text{Значит } -(\boldsymbol{a^2-7a+6})=\boldsymbol{0}$$

При а = 1; а=6;

Ответ: 3)

A4.

$$x^2-3x+2b+3=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2=3\\ 5x_1+3x_2=23\\ x_1x_2=2b+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x_1-3x_2=-9\\ 5x_1+3x_2=23\\ x_1x_2=2b+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1=7\\ x_2=-4\\ x_1x_2=-28 \end{cases}$$

$$2b+3=-28$$

$$2b=-25$$

$$b=-12{,}5$$

Ответ: 1)

A5.

$$(x-1)(x+3)^3+(1-x)(x+1)^3=56(x-1)$$

$$(x-1)((x+3)^3-(x+1)^3)=56(x-1)$$

$$(x-1)(x+3-x-1)(x^2+6x+9+(x+3)(x+1)+x^2+2x+1)=56(x-1)$$

$$(x-1)\big(2(2x^2+8x+10+x^2+4x+3)\big)=56(x-1)$$

$$(x-1)(2(3x^2+12x+13)-56)=0$$

$$(x-1)(6x^2+24x+26-56)=0$$

$$(x-1)(x^2+4x-5)=0$$

$$(x-1)(x-1)(x+5)=0$$

$$\text{Ср. Арифм}=\big((-5)+1\big)/2$$

Ответ: 1)

A6.

$$9(2x+3)(3x-8)=49x^2-28x+4$$

$$9(6x^2-7x-24)=49x^2-28x+4$$

$$54x^2-63x-216-49x^2+28x-4=0$$

$$5x^2-31x-220$$

$$D=31^2+4\times 5\times 220=5361$$

Ответ: 3)

A7.

$$32=12|x|-x^2$$

$$x^2-12|x|+32=0$$

$\boldsymbol{x \geq 0}$:

$\boldsymbol{x^2-12x+32=0}$

$\boldsymbol{x_1=8; x_2=4}$

$\boldsymbol{x<0}$

$\boldsymbol{x^2+12x+32=0}$

$\boldsymbol{x_1=-4; x_2=-8}$

$\boldsymbol{8\times 4\times(-4)\times(-8)=1024}$

Ответ: 4)

A8.

$7^{\log_{49}25\times\log_{\sqrt{5}}16}=\left(7^{\log_7 5}\right)^{\log_{\sqrt{5}}16}=5^{\log_5 16^2}=256$

A9.

$$\begin{cases} 27^x=9^y \\ 81^x=243\times 3^y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{3x} = 3^{2y} \\ 3^{4x} = 3^{5+y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ -8x + 2y = -10 \end{cases}$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2; y = 3$$

Ответ: 6

A10.

$$\frac{\sin 91 - \sin 1}{9\times\sqrt{2}\cos 46 + \sqrt{2}\ \sin 44} = \frac{2\cos\frac{91+1}{2}\sin\frac{91-1}{2}}{9\times\sqrt{2}\sin 44 + \sqrt{2}\ \sin 44} = \frac{2\cos 46\times\sin 45}{10\sqrt{2}\sin 44} = \frac{2\cos 46\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{10\sqrt{2}\cos 46} = \frac{1}{10}$$

Ответ: 5)

A11.

$$\cos(arctg\sqrt{3} - arccos\tfrac{3}{5}) = \cos\tfrac{\pi}{3}\times\cos(arccos\tfrac{3}{5}) + \sin\tfrac{\pi}{3}\times\sin(arccos\tfrac{3}{5}) = \tfrac{1}{2}\times\tfrac{3}{5} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\times\tfrac{4}{5}$$

$$= \frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}$$

Ответ: 5)

A12.

$$\left(\sqrt{3}\tan\frac{x}{2} - 1\right)(cosx + 1) = 0, x \in (-90°; 450°)$$

ОДЗ: $x \neq \pi + 2\pi n, n \in Z$

$\left(\sqrt{3}\tan\frac{x}{2} - 1\right) = 0$	ИЛИ	$(cosx + 1) = 0$
$\tan\frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$		$\cos x \neq -1$
$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$		$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$
$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$		$x \notin$ ОДЗ

X = 60; X =450

Ответ: 3)

A13.

$$y = tg\ x, x_0 = \pi$$
$$y(\pi) = tg\ \pi = 0$$
$$y' = \frac{1}{cos^2 x}$$
$$y'(\pi) = 1$$

y = y'(x_0) · (x – x0) + y(x_0) – уравнение касательной.

y = 0+1(x-π) = x- π

Ответ: 1)

A14.

A(1;1;0) B(1;2;2) C(3;2;0)

$$\boldsymbol{AB = \sqrt{(1-1)^2+(1-2)^2+(0-2)^2} = \sqrt{5}}$$

$$\boldsymbol{BC = \sqrt{(1-3)^2+(2-2)^2+(2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}}$$

$$\boldsymbol{AC = \sqrt{(1-3)^2+(1-2)^2+(0-0)^2} = \sqrt{5}}$$

$$\boldsymbol{P_{ABC} = AB + BC + AC = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}$$

Ответ: 2)

A15.

(180 – 40):2 = 60 – углы при основании

X= 90-60= 30

Ответ: 2)

A16.

$$y = \sqrt{\log_{10}(\frac{1-2x}{x+1})}$$

$$\begin{cases} \frac{1-2x}{x+1} > 0 \\ \log_{10}\frac{1-2x}{x+1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} < 0 \\ \frac{1-2x}{x+1} \geq 1 \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{\begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} < 0 \\ \frac{2x-1}{x+1} \leq 1 \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{x \in (-3; \frac{1}{2})}$$

Целые: -2; -1; 0 - 3 решения.

Ответ: 1)

A17.

По теореме обр. т. Пифагора – треугольник со сторонами 26, 24,10 прямоугольный. Значит, прямой угол опирается на диаметр.

$$OO_1 = 2\sqrt{14}$$

$$R^2 = \left(2\sqrt{14}\right)^2 + (\frac{26}{2})^2 = 225$$

$$S = 4\pi R^2 = 900\pi$$

Ответ: 3)

A18.

$$3 + |x^2 - 2x - 3| < 3x$$

$$|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$$

$$x = 2; x = 5 - \text{пересечение.} \, (2; 5) - \text{решение нер} - \text{ва}$$

Целые: 3;4 – 2 решения.

Ответ: 3)

B1.

$$\frac{x^3 - 12x^2 + 35x}{(x^2 - 11x + 30)(6 - x)} \geq 0$$

$$\frac{x(x^2 - 12x + 35)}{(x^2 - 11x + 30)(x - 6)} \leq 0$$

$$\frac{x(x - 7)(x - 5)}{(x - 6)(x - 5)(x - 6)} \leq 0$$

Целые решения: 0;1;2;3;4;5;6;7

Сумма 17

Ответ: 17

B2.

$$5^{\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 3x - 4)} \geq \frac{1}{11}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2 + 3x - 4} \geq \dfrac{1}{11} \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 + 3x - 15}{x^2 + 3x - 4} \leq 0 \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 15 \leq 0 \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases}$$

Целые решения -5;2

Кол-во 2 – решения

Ответ: 2

<u>B3.</u>
Арифм. Прогрессия a4 = 9; a8=25

Найти: a3 + a10

Решение:

$$-\begin{cases} a1 + 3d = 9 \\ a1 + 7d = 25 \end{cases}$$

$$4d = 16\,;\, d = 4;\, a1 = -3$$

a3 + a10 = a1+2d+a1+9d = 2a1+11d = 2(-3)+11*4 = -6+ 44 = 38

Ответ: 38

<u>B4.</u>
y = 5+243-4x^2

y'=243-12x^2

y'=0:

$x^2=\frac{243}{12}$

$x=\pm\frac{9}{2}$

Функция возрастает на [-4,5;4,5]

Целые решения : -4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4

Кол-во = 9

Ответ: 9

<u>B5.</u>
V – число вершин, R – число рёбер, G – число граней;

Усеченная пирамида:

3R +2V = ?

V= 26; R=39

3*39+2*26 = 169

Ответ: 169

B6.

$$(\log_{0,3}\frac{9}{x+1}-\log_{0,3}(5-x))\times\log_9(x^2+1)<0$$

$$\begin{cases}(\log_{0,3}\frac{9}{x+1}-\log_{0,3}(5-x)<0\\ \boldsymbol{\frac{1}{x+1}>0}\\ \boldsymbol{5-x>0}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{(0,3-1)}\left(\frac{9}{(x+1)\boldsymbol{(5-x)}}\boldsymbol{-1}\right)\boldsymbol{(2-1)(x^2+1-1)<0}\\ \boldsymbol{\frac{1}{x+1}>0}\\ \boldsymbol{5-x>0}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{9-(5x-x^2+5-x)}{(x+1)\boldsymbol{(5-x)}}\times\boldsymbol{x^2<0}\\ \boldsymbol{\frac{1}{x+1}>0}\\ \boldsymbol{5-x>0}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{9-(5x-x^2+5-x)}{(x+1)\boldsymbol{(5-x)}}\times\boldsymbol{x^2<0}\\ \boldsymbol{\frac{1}{x+1}>0}\\ \boldsymbol{5-x>0}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{(x^2-4x+4)}{(x+1)\boldsymbol{(5-x)}}\times\boldsymbol{x^2<0}\\ \boldsymbol{\frac{1}{x+1}>0}\\ \boldsymbol{5-x>0}\end{cases}$$

Целые решения: 1;3;4

Кол-во: 3

Ответ: 3.

B7.

Из неравенства треугольника стороны 22,22:

$S_{пов.}=\pi rl+\pi r^2$

$\pi*5*22+\pi*5^2=\pi*5(22+5)=\pi*5*110=550\pi$

$\pi\approx 3$, тогда S = 1650.

Ответ: 1650

В8.

БЫЛО

Сплав – 20кг. – 100%

Медь - ? кг. – 65%

Медь 20*0,65=13

(20+x)*0,52 = 13

20+x=25

X=5, т.е. надо добавить 5кг.

Ответ: 5

СТАЛО

Сплав – 20+x – 100%

Медь -?, 65-13%