

На правах рукописи



САМЕРХАНОВ ИЛЬДАР ЗЕФЭРОВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
С КАНАЛАМИ РАЗЛИЧНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ**

1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Казань – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет»

Научный руководитель: кандидат технических наук,
доктор педагогических наук, профессор
Нуриев Наиль Кашапович

Официальные оппоненты: **Тарасов Вениамин Николаевич**
доктор технических наук, профессор,
заслуженный работник Высшей школы
Российской Федерации, федеральное
государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования «Поволжский
государственный университет телекоммуникаций
и информатики», заведующий кафедрой
управления в технических системах;

Мокшин Владимир Васильевич
кандидат технических наук, доцент, федеральное
государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования «Казанский
национальный исследовательский технический
университет им. А. Н. Туполева-КАИ», доцент
кафедры автоматизированных систем обработки
информации и управления.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Ульяновский государственный
университет», г. Ульяновск.

Защита состоится 26 июня 2024 года в 14:00 на заседании диссертационного совета 24.2.312.08, созданного на базе ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет» (420015, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 68, зал заседаний Ученого совета, А – 330).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет» и на сайте <https://www.kstu.ru/servlet/contentblob?id=502655>

Автореферат диссертации разослан «_____» _____ 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.2.312.08,
доктор экономических наук, доцент



Кудрявцева
Светлана
Сергеевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Работа посвящена разработке и исследованию моделей систем массового обслуживания (СМО) с каналами различной производительности, а также изучению их структурно-функциональных особенностей.

Современный этап развития науки и техники значительно повышает роль методов прикладной математики и, в частности, одного из ее разделов – теории массового обслуживания. В настоящее время модели обслуживания потоков требований имеют ключевое значение для решения ряда теоретических и прикладных задач в разных предметных областях, в том числе в телекоммуникационных, производственных, транспортных, вычислительных системах.

Вместе с тем, при проектировании и моделировании реальных объектов и процессов на сегодняшний день зачастую используется ряд теоретических упрощений, среди которых одним из наиболее распространенных является допущение об одинаковой производительности каналов обслуживания. При этом во многих реальных системах приборы довольно часто не обладают одинаковой интенсивностью обслуживания и не могут быть описаны с достаточной степенью точности в рамках упомянутой гипотезы.

Особую актуальность тема диссертационной работы приобретает в связи с наступившей эрой Индустрии 4.0, характеризующейся стремительным развитием киберфизических систем. С учетом того, что ключевую роль в развитии систем такого типа играют цифровые двойники различных объектов и процессов, исследование систем массового обслуживания с каналами различной производительности может способствовать значительному расширению их возможностей.

В условиях текущей динамики развития науки и происходящего качественного скачка в современной технике и технологиях, одними из важнейших становятся вопросы повышения эффективности процессов любого типа. В свою очередь, возможность управления потоками в системах массового обслуживания с неэквивалентными каналами будет способствовать достижению более высоких эксплуатационных характеристик в сравнении с классическими системами, обладающими каналами равной производительности.

Кроме того, возможность администрирования потоков в СМО с неэквивалентными каналами позволяет ситуативно влиять на эксплуатационные характеристики системы, что представляет прикладной интерес для многих сложных объектов и процессов, требующих управления в режиме реального времени. При этом, для систем такого типа, как правило, требуется высокая скорость вычислений. В данных условиях аналитические методы малоэффективны по сравнению с аппаратом имитационного моделирования и переходят в разряд консервативных.

Исследования в вышеуказанных направлениях позволяют сделать ряд нетривиальных выводов о системах массового обслуживания с каналами различной производительности. Таким образом, разработка и исследование моделей систем такого типа, а также изучение их структурно-функциональных особенностей представляется весьма актуальным.

Степень разработанности темы. Основы теории потока однородных событий, элементы которой в дальнейшем легли в основу теории массового обслуживания, разработаны А.Я. Хинчиным. Первые работы по теории массового обслуживания были выполнены А.К. Эрлангом. Большой вклад в развитие данного раздела теории вероятностей внесли А.Н. Колмогоров, Т. Саати, Б.В. Гнеденко, Е.С. Вентцель, Дж. Кендалл, Х. Таха, В. Феллер, А.А. Боровков и другие.

Впервые системы массового обслуживания с каналами различной производительности рассмотрены в работах Х. Гамбея (Gumbel H.), А.А. Шахбазова, Б. Кришнамурти (Krishnamoorthy B.), Г.Л. Ионина, М.А. Шнепса, В. Сингха (Singh V.). В дальнейшем более подробно модели СМО такого типа рассматривали Д. Факинос (Fakinos D.), Г. Нат (Nath G.) и Э. Эннс (Enns E.), Р. Ларсен (Larsen R.), А. Агравала (Agrawala A.), Б. Хайек (Hajek B.), У. Лин (Lin W.), П. Куммар (Kumar P.), Дж. Уолланд (Walrand J.), М. Рубинович (Rubinovitch M.), Г. Коль (Koole G.), И. Виниотис (Viniotis I), А. Эфремидес (Ephremides A.), З. Росберг (Rosberg Z.), А. Маковски (Makowski A.), Р. Вебер (Weber R.) и другие.

В настоящее время исследованием систем с каналами различной производительности занимаются В.В. Рыков, Д.В. Ефросинин, А.П. Котенко, А.З. Меликов, А. Шахбазов, Х.О. Исгудер (Isguder H.O.), Б.К. Кумар (Kumar B.K.) и другие.

На сегодняшний день среди отечественной и зарубежной научной литературы представлено немало работ, внесших значительный вклад в развитие теории массового обслуживания, и в частности – моделей систем с каналами различной производительности. Одновременно с этим стоит отметить, что некоторые работы содержат в основном теоретические выводы, не всегда доступные для решения задач прикладного характера. Кроме того, несмотря на кажущуюся разнообразность исследований, посвященных данной тематике, ряд важных вопросов, связанных с функциональными особенностями систем такого типа и эффективным управлением потоками, остался вне поля зрения исследователей.

Объект исследования. Объектом исследования являются системы массового обслуживания с каналами различной производительности.

Предмет исследования. Предметом исследования являются математические и имитационные модели систем массового обслуживания с каналами различной производительности.

Соответствие исследования паспорту научной специальности. Область диссертационного исследования соответствует следующим пунктам паспорта научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: п.6. Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования, алгоритмов и методов имитационного моделирования на основе анализа математических моделей (технические науки); п.8. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента; п.9. Постановка и проведение численных экспериментов, статистический анализ их результатов, в том числе с применением современных компьютерных технологий (технические науки).

Цель исследования. Целью диссертационной работы является разработка и исследование моделей систем массового обслуживания с каналами различной производительности, изучение их структурно-функциональных особенностей.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

1) построение и исследование математических моделей систем массового обслуживания с каналами различной производительности; построение и исследование имитационных моделей систем массового обслуживания с каналами различной производительности;

2) проведение сравнительного анализа эксплуатационных характеристик систем массового обслуживания с каналами различной производительности, функционирующих в условиях различных схем управления потоками; экспериментальное определение наиболее эффективного алгоритма управления потоками;

3) проведение сравнительного анализа эксплуатационных характеристик систем массового обслуживания с каналами одинаковой и различной производительности (в условиях одинаковой суммарной интенсивности приборов в данных системах), функционирующих при пуассоновских и неординарных потоках поступающих требований;

4) исследование поведения эксплуатационных характеристик многоканальной системы массового обслуживания с приборами различной производительности при ее разделении на несколько независимых одноканальных систем;

5) апробация результатов диссертационного исследования, включая модели систем массового обслуживания с каналами различной производительности, а также особенности их функционирования.

Научная новизна. Результаты, полученные в диссертационной работе, обладают научной новизной, которая состоит в следующем:

1. Разработаны и исследованы математические и имитационные модели систем массового обслуживания с каналами различной производительности, функционирующие в условиях различных схем управления потоками (пп. 6, 8 паспорта специальности 1.2.2).

2. Доказана эффективность использования схемы управления потоками, при которой в системах массового обслуживания с неэквивалентными каналами без опции накопления очереди поступающие заявки направляются на свободные каналы наибольшей производительности (п. 9 паспорта специальности 1.2.2).

3. Доказано, что эксплуатационные показатели систем массового обслуживания с каналами различной производительности при эффективном управлении потоками могут быть выше, нежели у классических систем с каналами одинаковой производительности (в условиях одинаковой суммарной интенсивности приборов в данных системах) как при пуассоновских, так и неординарных потоках; установлена зависимость показателей эффективности систем с каналами различной производительности от соотношения интенсивностей приборов и величины нагрузки на систему со стороны входного потока (пп. 8, 9 паспорта специальности 1.2.2).

4. Доказано, что в условиях управления потоками разделение многоканальной системы с приборами различной производительности на несколько независи-

мых одноканальных систем ухудшает ее показатели эффективности (пп. 8, 9 паспорта специальности 1.2.2).

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в расширении области применения математического аппарата теории массового обслуживания применительно к системам, обладающим каналами различной производительности, результаты исследования применимы в широком классе предметных областей. Практическая значимость работы состоит в том, что значительная часть предложенных в диссертации выводов и результатов в части функциональных особенностей систем массового обслуживания с каналами различной производительности могут быть применены для решения прикладных задач проектирования (в т. ч. предпроектных исследований), моделирования и повышения эффективности телекоммуникационных, производственных, логистических, транспортных, вычислительных и других систем, которые могут быть описаны математическими моделями в терминах теории массового обслуживания. Представленные в работе выводы в части разделения многоканальной системы на независимые одноканальные приборы могут быть полезны, к примеру, при проектировании или моделировании систем, связанных со специализацией каналов.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных в работе задач используются численные и аналитические методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания. Разработка имитационных моделей систем массового обслуживания осуществляется на базе среды AnyLogic. Информационную базу диссертационного исследования составили работы теоретического и прикладного характера (в т. ч. монографии, научные статьи, диссертации, учебные пособия) отечественных и зарубежных авторов, посвященные теории вероятностей, теории массового обслуживания, математическому и имитационному моделированию.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие положения исследования:

1. Модели систем массового обслуживания с каналами различной производительности, функционирующих при различных схемах управления потоками.

2. Результаты сравнительного анализа эксплуатационных характеристик систем массового обслуживания с каналами различной производительности без опции накопления очереди при различных схемах управления потоками, демонстрирующие эффективность алгоритма направления поступающих заявок на свободные приборы наибольшей производительности.

3. Результаты вычислительных экспериментов, демонстрирующие, что системы массового обслуживания с каналами различной производительности при управлении потоками могут быть эффективнее классических систем с каналами одинаковой производительности (в условиях одинаковой суммарной интенсивности приборов в данных системах) как при пуассоновских, так и неординарных потоках; зависимость показателей эффективности систем с приборами различной производительности от соотношения интенсивностей каналов и величины нагрузки на систему со стороны входного потока.

4. Результаты вычислительных экспериментов, демонстрирующие снижение показателей эффективности многоканальной системы массового обслуживания с приборами различной производительности при ее разделении на несколько независимых одноканальных систем.

Степень достоверности. Достоверность результатов, полученных в работе, обеспечивается корректностью использования математического аппарата теории вероятностей, теории массового обслуживания, численных методов и проверкой адекватности имитационных моделей.

Личный вклад автора. Основные положения, теоретические выводы и практическая часть получены автором самостоятельно. В совместных публикациях автору принадлежит участие в постановке задач, методы их решения и результаты экспериментальных исследований.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы доложены на VI Международной научно-практической конференции «Современные исследования и инновации в науке и технике» (Москва, 2022 г.), XIII Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы научных исследований» (Саратов, 2023 г.), XII Международной научно-практической конференции «Современные стратегии и цифровые трансформации устойчивого развития общества, образования и науки» (Москва, 2023 г.), XI Всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2023) (Казань, 2023 г.).

Результаты диссертационного исследования используются в проектно-аналитической деятельности АО «Казанское пассажирское автотранспортное предприятие №1», а также в учебном процессе ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет».

Публикации. По тематике диссертации опубликовано 9 научных работ общим объемом 3,56 п.л. (авторский вклад – 3,17 п.л.), в том числе 5 статей в рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК – «Современные наукоемкие технологии», «Научно-технический вестник Поволжья», «Вестник технологического университета».

Структура и объем диссертации. Диссертационное исследование состоит из введения, 3 глав, заключения, списка литературы, одного приложения. Полный объем диссертации составляет 144 страницы, включая 64 рисунка и 53 таблицы. Список литературы содержит 109 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационного исследования, сформулированы цель и задачи работы, отражены научная новизна, теоретическая и прикладная значимость результатов, представлены выносимые на защиту положения.

В первой главе «Системы массового обслуживания с каналами различной производительности на современном этапе» рассмотрены основные теоретические сведения по теме диссертационного исследования, в том числе кратко изло-

жены некоторые элементы теории массового обслуживания, приведены классические модели СМО с каналами одинаковой производительности, в формате литературного обзора представлены основные постановки задач и результаты исследований систем с приборами различной производительности.

В п. 1.1 описан общий процесс функционирования системы массового обслуживания, рассмотрены ее структурные элементы, приведены основные критерии эффективности и классификация.

В п. 1.2 представлены примеры классических моделей систем массового обслуживания с каналами одинаковой производительности.

В п. 1.3 приведен обзор работ, посвященных системам массового обслуживания с каналами различной производительности и их модификациям, который позволил выявить основные тенденции научных исследований, связанных с системами такого типа, а также определить некоторые актуальные задачи данной области, в настоящее время не получившие решения или требующие проведения дополнительных исследований.

Во второй главе «Моделирование систем массового обслуживания с каналами различной производительности» представлены математические и имитационные модели систем массового обслуживания с каналами различной производительности, функционирующих в условиях различных схем управления потоками, с помощью численных методов исследован переход процесса работы систем такого типа в стационарный режим, при котором вероятности состояний перестают зависеть от временных характеристик, проведен сравнительный анализ эксплуатационных показателей таких систем в условиях различных алгоритмов управления потоками.

В п. 2.1 показано, что в отличие от классических моделей теории массового обслуживания, не предполагающих функции внешнего управляющего воздействия на СМО, важнейшей особенностью систем с приборами различной производительностью является необходимость управления потоками заявок.

Выделены следующие алгоритмы управления потоками:

- равновероятное распределение, при котором заявка поступает на любой из свободных каналов с одинаковой вероятностью;
- пропорциональное распределение, при котором заявка поступает на любой из свободных каналов с вероятностью, пропорциональной ее производительности;
- распределение заявок с приоритетом канала наибольшей производительности, при котором заявка поступает на наиболее «сильный» свободный канал.

Также приведены распределение заявок с приоритетом канала наименьшей производительности и пороговое управление, при котором «быстрый» канал занят всегда, а «медленный» включается только в том случае, если количество заявок в очереди достигает определенного уровня.

В п. 2.1.1 рассмотрена n -канальная система массового обслуживания с приборами различной производительности без опции накопления очереди, на вход которой поступает пуассоновский поток заявок интенсивности λ . Интенсивности каналов различны и равны μ_i , $i = \overline{1, n}$, причем $0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n$.

Выделены некоторые состояния системы:

P_0 – в системе нет заявок, все каналы свободны;

P_1 – в системе одна заявка и ее обслуживанием занят канал интенсивностью μ_1 ;
 $\dots$;

P_{Q-2} – в системе $(n - 1)$ заявок и они обслуживаются каналами $\mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n$;

P_{Q-1} – в системе n заявок и они обслуживаются каналами $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$. Также является вероятностью того, что новая заявка получит отказ в обслуживании и не попадет в систему.

Q показывает общее число состояний n -канальной СМО с приборами различной производительности и вычисляется по комбинаторной формуле $Q = \sum_{k=0}^n C_n^k$. Здесь n – общее число каналов в системе, k – наборы возможных состояний системы, характеризующиеся одинаковым количеством занятых каналов. Через $Q_k = \sum_{k=0}^k C_n^k$ обозначено общее число состояний системы до набора состояний k .

Система дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы такого типа при равномерном распределении заявок, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu_1 P_1(t) + \mu_2 P_2(t) + \dots + \mu_n P_n(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = -(\mu_1 + \lambda) P_1(t) + \frac{\lambda}{n} P_0(t) + \mu_2 P_{n+1}(t) + \dots + \mu_n P_{2n-1}(t) \\ \dots; \\ \frac{dP_{Q-2}(t)}{dt} = -(\mu_2 + \dots + \mu_n + \lambda) P_{Q-2}(t) + \frac{\lambda}{2} P_{(Q_{n-2})-n+1}(t) + \dots \\ \dots + \frac{\lambda}{2} P_{(Q_{n-2})-1}(t) + \mu_1 P_{Q-1}(t) \\ \frac{dP_{Q-1}(t)}{dt} = -(\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n) P_{Q-1}(t) + \lambda P_{Q_{n-2}}(t) + \dots + \lambda P_{(Q_{n-1})-1}(t) \\ \sum_{i=0}^{Q-1} P_i(t) = 1 \\ P_0(0) = 1, P_1(0) = 0, P_2(0) = 0, \dots, P_{Q-1}(0) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

Решением данной системы будут вероятности состояний $P_0(t), \dots, P_{Q-1}(t)$. Очевидно, что при других алгоритмах управления потоками заявок коэффициенты при значениях вероятностей состояний P в системе будут отличаться.

В п. 2.1.2 рассматриваются модели систем с приборами различной производительности в стационарном (финальном) режиме работы, графы состояний и модификации систем уравнений Колмогорова для их описания.

В рамках раздела представлены модели двух-, трех- и четырехканальных СМО для различных алгоритмов управления потоками.

На Рисунке 1 представлен граф состояний системы с 3 неэквивалентными приборами, функционирующей в условиях управления потоком заявок с приоритетом канала наибольшей производительности.

Здесь λ – интенсивность потока, поступающего в систему. Производительности

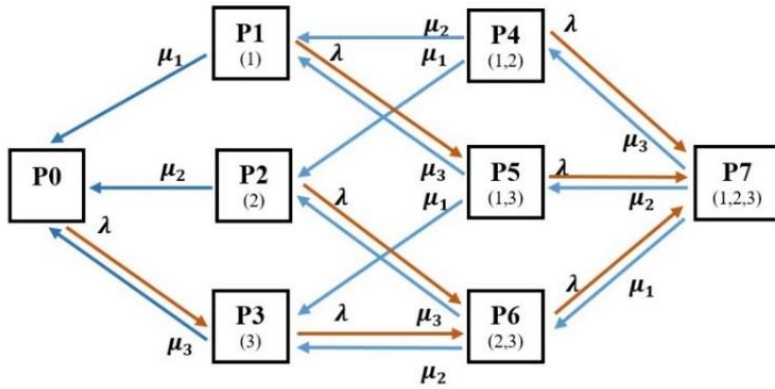


Рисунок 1 – Граф состояний 3-х канальной СМО с приборами различной производительности

первого, второго и третьего обслуживающих устройств различны и равны μ_1 , μ_2 и μ_3 соответственно, причем $0 < \mu_1 < \mu_2 < \mu_3$. Числа в нижней части квадратов имеют смысл номеров каналов обслуживания, задействованных при соответствующем состоянии системы. Данная СМО имеет 8 возможных состояний:

P_0 – система свободна;

$P_1 \dots P_3$ – в системе одна заявка на обслуживании;

$P_4 \dots P_6$ – в системе две заявки на обслуживании;

P_7 – в системе три заявки на обслуживании.

Система уравнений Колмогорова для вероятностей стационарных состояний представленной системы массового обслуживания имеет вид:

$$\begin{cases} \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 + \mu_3 P_3 - \lambda P_0 = 0 \\ \mu_2 P_4 + \mu_3 P_5 - (\mu_1 + \lambda) P_1 = 0 \\ \mu_1 P_4 + \mu_3 P_6 - (\mu_2 + \lambda) P_2 = 0 \\ \mu_1 P_5 + \mu_2 P_6 + \lambda P_0 - (\mu_3 + \lambda) P_3 = 0 \\ \mu_3 P_7 - (\mu_1 + \mu_2 + \lambda) P_4 = 0 \\ \mu_2 P_7 + \lambda P_1 - (\mu_1 + \mu_3 + \lambda) P_5 = 0 \\ \mu_1 P_7 + \lambda P_2 + \lambda P_3 - (\mu_2 + \mu_3 + \lambda) P_6 = 0 \\ \lambda P_4 + \lambda P_5 + \lambda P_6 - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) P_7 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Нормировочное условие:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 1 \quad (3)$$

Отмечено, что увеличение числа каналов в системах такого типа значительно увеличивает размерность ее математической модели (количество уравнений в системе растет по экспоненте), что приводит к резкому увеличению трудоемкости аналитических расчетов. С учетом этого, для расчета характеристик систем с неэквивалентными каналами предложено использовать аппарат имитационного моделирования.

В п. 2.1.3 проведена оценка времени достижения систем с каналами различной производительности стационарного режима, при котором вероятности состояний перестают зависеть от временных характеристик, представлен алгоритм для численного расчета показателей систем в нестационарном режиме.

Показано, что темп сходимости показателей – экспоненциальный, в качестве примера для проведения численных экспериментов использовалась модель 2-х канальной системы с параметрами $\lambda = 4, \mu_1 = 1, \mu_2 = 4$. На Рисунке 2 представлен график зависимости вероятностей состояний системы с указанными параметрами от времени t при равновероятном распределении заявок.

Установлено, что вероятности состояний данной системы достигают стационарного режима при $t = 2,2$.

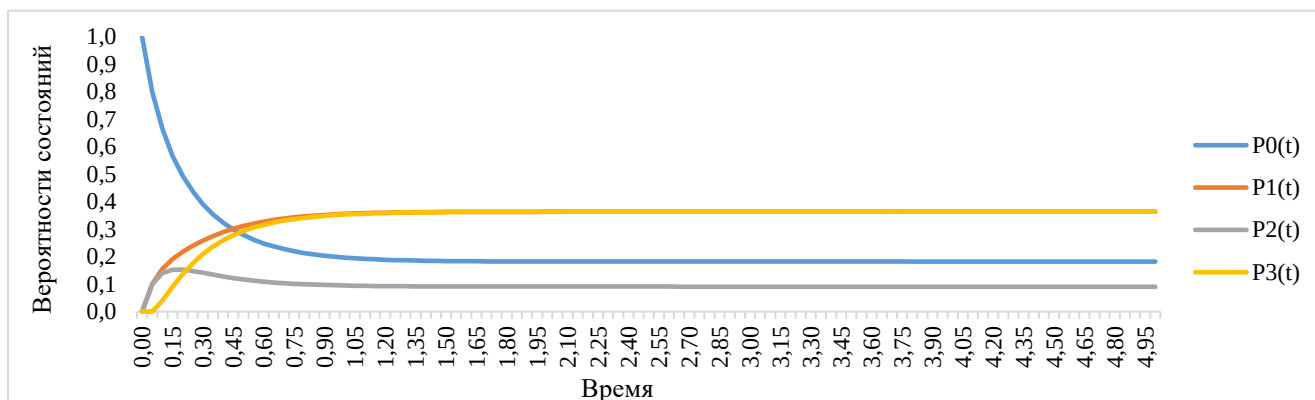


Рисунок 2 – Зависимость вероятностей состояний СМО от времени

Показано, что при других схемах управления рассматриваемая модель примерно в том же темпе приходит к стационарному состоянию. Также проведена оценка времени перехода в стационарный режим других показателей – относительной пропускной способности Q и среднего числа занятых каналов $\bar{k}$.



Рисунок 3 – Блок-схема алгоритма управления потоком

В п. 2.2 представлены алгоритмы управления потоками в системах с каналами различной производительности, которые могут быть реализованы методами имитационного моделирования. На Рисунке 3 показан один из них – схема распределения заявок с приоритетом канала наибольшей производительности.

В п. 2.2.1 разработан комплекс программ в виде имитационных моделей систем массового обслуживания на базе среды AnyLogic. Представлены основные элементы имитационных моделей, листинги функций для реализации алгоритмов управления потоками.

В п. 2.2.2 для проверки адекватности разработанных моделей проведен сравнительный анализ вероятностей состояний СМО в стационарном режиме, полученных при использовании имитационных моделей и при аналитических расчетах с помощью систем уравнений Колмогорова, проведена оценка погрешности их наибольших отклонений. Показано, что разработанные модели позволяют с точностью, достаточной для решения задачи оперативного управления, рассчитывать функциональные характеристики систем массового обслуживания с каналами различной производительности.

В п. 2.2.3 проведено исследование эксплуатационных характеристик систем массового обслуживания с неэквивалентными каналами при различных схемах управления потоками. С помощью вычислительных экспериментов по критериям общей напряженности работы и доле обслуженных заявок для СМО без опции

накопления очереди доказана эффективность использования алгоритма управления, при котором поступающие в систему заявки направляются на свободные каналы наибольшей производительности. Показано, что при некоторых параметрах системы с неэквивалентными приборами оказываются эффективнее классических систем с каналами одинаковой производительности.

В Таблице 1 представлены результаты серии вычислительных экспериментов с трехканальной СМО. В столбце «Схема» «С-1» означает схему управления, при которой заявка поступает на любой свободный канал с одинаковой вероятностью, «С-2» – схема управления, при которой заявка поступает на один из свободных каналов с вероятностью, пропорциональной интенсивности канала, «С-3» – схема администрирования, при которой заявка поступает на наиболее «сильный» свободный канал.

Таблица 1 – Результаты вычислительных экспериментов с 3-х канальной СМО

λ	μ_1	μ_2	μ_3	Схема	P_0	$P_{отк}$
9	1	3	5	-	0,078	0,341
				С-1	0,047	0,371
				С-2	0,055	0,356
				С-3	0,065	0,357
2	1	3	5	-	0,52	0,025
				С-1	0,395	0,036
				С-2	0,493	0,028
				С-3	0,598	0,02
5	1	3	5	-	0,206	0,159
				С-1	0,133	0,184
				С-2	0,171	0,173
				С-3	0,215	0,158
15	1	3	5	-	0,026	0,531
				С-1	0,014	0,547
				С-2	0,016	0,543
				С-3	0,018	0,542

Представленные в таблице результаты демонстрируют, что по показателям P_0 и $P_{отк}$ схема управления с приоритетом канала наибольшей производительности является наиболее эффективной.

Также в разделе представлены результаты вычислительных экспериментов с 4-х канальной СМО, демонстрирующие эффективность данного алгоритма.

В третьей главе «Функциональные характеристики систем массового обслуживания с каналами различной производительности» исследованы эксплуатационные характеристики СМО с неэквивалентными каналами, функционирующих в условиях пуассоновских и неординарных потоков, а также при разделении систем такого типа на независимые приборы.

В п. 3.1 проведен сравнительный анализ эксплуатационных характеристик систем с приборами одинаковой и различной интенсивности, функционирующих в условиях пуассоновских потоков. Установлено, что при пуассоновских потоках СМО с неэквивалентными приборами при определенных условиях оказываются эффективнее классических систем (в условиях управления потоками). Получен

ряд результатов вычислительных экспериментов, демонстрирующих зависимость показателей эффективности СМО с каналами различной производительности от соотношения интенсивностей приборов и величины нагрузки на систему.

Рассматриваются 2 независимые СМО вида $M/M/n$, на вход каждой из которых поступает пуассоновский поток заявок интенсивности λ . Каждая система имеет в своем составе n каналов. В первой системе обслуживающие приборы обладают одинаковой производительностью $\mu_{11} = \mu_{12} \dots = \mu_{1n}$, во второй системе – различной производительностью, причем $0 < \mu_{21} < \mu_{22} \dots < \mu_{2n}$. Суммарная интенсивность каналов первой системы $M_1 = \sum_{i=1}^n \mu_{1i}$ равна суммарной производительности каналов второй системы $M_2 = \sum_{i=1}^n \mu_{2i}$.

Для управления потоками в СМО с приборами различной производительности используется схема с приоритетом «быстрого» канала, как наиболее эффективная.

В качестве показателей эффективности рассматриваются P_0 – степень загрузки СМО, $P_{\text{отк}}$ – вероятность отказа в обслуживании.

В Таблице 2 представлены параметры исследуемых 3-х канальных СМО. В качестве базы сравнения используется система массового обслуживания с каналами одинаковой производительности $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 5$. Соотношения интенсивностей обслуживающих устройств в системах с приборами различной производительности варьируются от незначительной (строка «СМО-1») до очень существенной (строка «СМО-7»).

Таблица 2 – Параметры исследуемых моделей

		μ_1	μ_2	μ_3
Каналы одинаковой производительности	СМО-0	5	5	5
Каналы различной производительности	СМО-1	4	5	6
	СМО-2	3	5	7
	СМО-3	2	5	8
	СМО-4	1	5	9
	СМО-5	1	4	10
	СМО-6	1	3	11
	СМО-7	1	2	12

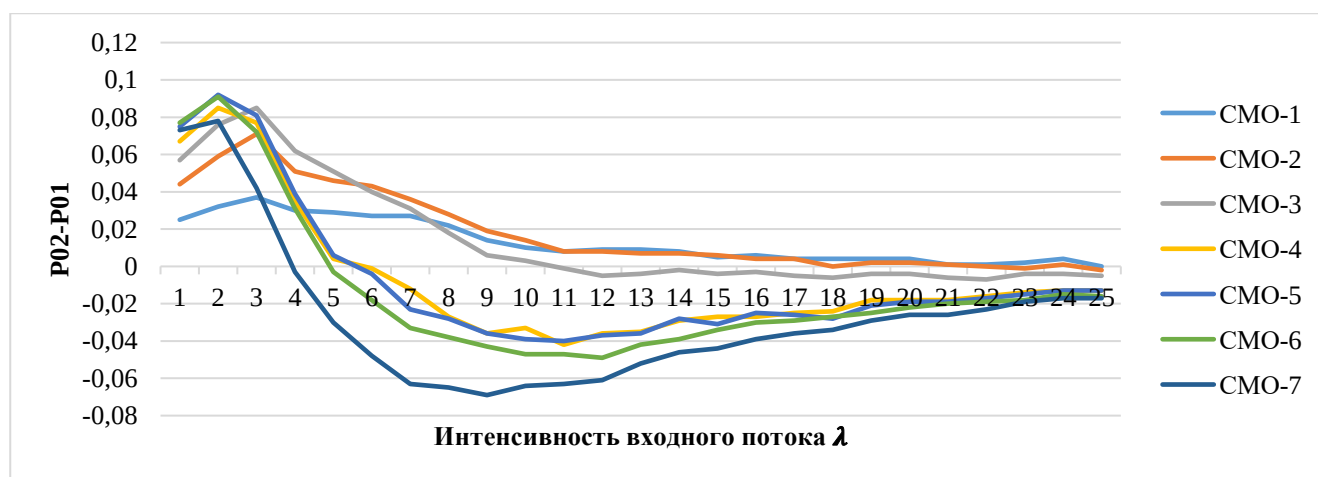
В Таблице 3 обобщены результаты вычислительных экспериментов с данными системами. В ячейках таблицы представлена разница в величинах вероятностей стационарных состояний $P_{02} - P_{01}$, или области параметров, при которых система с неэквивалентными каналами может быть эффективнее классической системы с приборами одинаковой производительности по показателю P_0 . Таким образом, положительные значения ячеек в данной таблице указывают на то, что система с неэквивалентными каналами при данных параметрах более эффективна, чем классическая СМО. Интенсивность входного потока варьировалась от $\lambda = 1$ до $\lambda = 20$.

Таблица 3 – Области эффективности 3-х канальной СМО по показателю P_0

λ	$P_{02} - P_{01}$						
	СМО-1	СМО-2	СМО-3	СМО-4	СМО-5	СМО-6	СМО-7
1	0,025	0,044	0,057	0,067	0,075	0,077	0,073
3	0,037	0,071	0,085	0,077	0,081	0,072	0,042
5	0,029	0,046	0,051	0,004	0,006	-0,003	-0,03
7	0,027	0,036	0,031	-0,012	-0,023	-0,033	-0,063
9	0,014	0,019	0,006	-0,036	-0,036	-0,043	-0,069
11	0,008	0,008	-0,001	-0,042	-0,04	-0,047	-0,063
13	0,009	0,007	-0,004	-0,035	-0,036	-0,042	-0,052
15	0,005	0,006	-0,004	-0,027	-0,031	-0,034	-0,044

Результаты, представленные в Таблице 3, позволяют утверждать, что существуют области параметров, при которых системы с каналами различной производительности обладают лучшими эксплуатационными характеристиками, нежели классические системы. Наиболее ярко это проявляется при незначительной нагрузке на систему со стороны входного потока и небольшой диспропорции в интенсивностях обслуживающих устройств.

На Рисунке 4 эти результаты представлены графически. Видно, что при увеличении интенсивности входного потока λ разница в показателях практически пропадает.

Рисунок 4 – Области эффективности 3-х канальной СМО по показателю P_0

В рамках данного раздела также рассмотрены области эффективности по показателю $P_{отк}$. В условиях пуассоновского потока системы с неэквивалентными каналами могут быть эффективнее классических СМО по этому показателю, при этом разница в значениях $P_{отк1} - P_{отк2}$ была не столь существенна, как в ранее рассмотренных примерах по показателю P_0 , и при некоторых параметрах достигала 0,009.

Также в разделе представлены результаты вычислительных экспериментов с моделями 4-х канальных СМО. В качестве показателей эффективности рассмотрены P_0 , $P_{отк}$, относительная пропускная способность Q , абсолютная пропускная способность A , среднее число занятых каналов $\bar{k}$. Результаты данных экспериментов также показали, что при незначительной нагрузке СМО с каналами различной производительности могут быть эффективнее классических систем.

В п. 3.2 приводится постановка задачи сравнительного анализа эксплуатационных характеристик СМО с приборами одинаковой и различной производительности, функционирующих в условиях неординарных потоков.

Рассматривается 2-х канальная система, на вход которой поступает поток заявок интенсивности λ . Интенсивности обслуживания первого и второго приборов равны соответственно μ_1 и μ_2 (если производительности устройств различны, то $0 < \mu_1 < \mu_2$).

В условиях смешанного потока в систему могут поступать как одиночные, так и групповые заявки (в случае 2-х канальной системы – парные, состоящие из 2 требований). Для описания «смешанности» потока введен дополнительный параметр P – вероятность того, что поступившая заявка – одиночная. Таким образом, $1 - P$ – вероятность того, что поступившая заявка – групповая. Иными словами, при $P = 0$ поток является групповым (парным), при $P = 1$ поток является ординарным.

При поступлении одиночной заявки в систему с каналами равной производительности она занимает любой из свободных каналов, если интенсивности приборов различны – она обслуживается наиболее «быстрым» устройством.

При поступлении в СМО парной заявки ее требования одновременно занимают 2 прибора (при этом, если производительности каналов различны, одно из требований по завершении обслуживания может покинуть систему раньше другой), если один или оба канала заняты – парная заявка получает отказ в обслуживании и покидает систему.

Параметры исследуемых моделей представлены в Таблице 4.

Таблица 4 – Параметры исследуемых моделей

		μ_1	μ_2
Каналы одинаковой производительности	СМО-0	5	5
Каналы различной производительности	СМО-1	4,5	5,5
	СМО-2	4	6
	СМО-3	3,5	6,5
	СМО-4	3	7
	СМО-5	2,5	7,5
	СМО-6	2	8
	СМО-7	1,5	8,5
	СМО-8	1	9

В п. 3.2.1 проведен сравнительный анализ функциональных характеристик систем массового обслуживания с приборами одинаковой и различной производительности при $P = 0$ (поток парных заявок). Установлено, что при групповых потоках СМО с каналами различной производительности являются менее эффективными, чем классические системы с приборами одинаковой производительности.

В Таблице 5 представлена разница в показателях эффективности $p_{02} - p_{01}$, где p_{02} – вероятность того, что система с неэквивалентными каналами свободна, p_{01} – вероятность того, что система с каналами одинаковой производительности

свободна (параметры исследуемых моделей ранее представлены в Таблице 4). При групповом потоке разница в показателях $p_{отк}$ будет та же.

Таблица 5 – Разница в показателях p_0 при групповом потоке ($P = 0$)

λ	$p_{02} - p_{01}$							
	СМО-1	СМО-2	СМО-3	СМО-4	СМО-5	СМО-6	СМО-7	СМО-8
1	-0,001	-0,008	-0,021	-0,041	-0,074	-0,118	-0,176	-0,273
3	-0,003	-0,015	-0,032	-0,059	-0,092	-0,139	-0,195	-0,274
5	-0,003	-0,01	-0,025	-0,048	-0,08	-0,126	-0,171	-0,23
7	0	-0,008	-0,019	-0,045	-0,07	-0,105	-0,147	-0,198
9	0,002	-0,008	-0,022	-0,035	-0,063	-0,094	-0,127	-0,171
11	0	-0,01	-0,022	-0,036	-0,057	-0,079	-0,115	-0,147
13	0	-0,009	-0,02	-0,033	-0,054	-0,076	-0,105	-0,133
15	0,001	-0,008	-0,016	-0,029	-0,045	-0,071	-0,092	-0,119

По результатам анализа таблицы сформулирован вывод о том, что в условиях группового потока СМО с неэквивалентными каналами являются менее эффективными, чем классические системы с приборами одинаковой производительности.

При этом увеличение диспропорции в интенсивностях обслуживающих устройств приводит к значительному ухудшению показателей эффективности. Это связано с тем, что время обслуживания групповой заявки фактически равно времени обслуживания требования наиболее «медленным» прибором.

В п. 3.2.2 исследованы системы массового обслуживания с приборами различной производительности, функционирующие в условиях смешанных потоков. Установлено, что при смешанных потоках СМО с неэквивалентными каналами могут быть эффективнее классических систем. Преимущественно области эффективности проявляются при смешанном потоке, характеризующемся более высокой вероятностью поступления одиночных заявок, чем групповых (т. е. чем более смешанный поток приближается к ординарному, тем данные области проявляются более выраженно).

Параметры исследуемых моделей ранее представлены в Таблице 4. В рамках серии вычислительных экспериментов исследовались области $p_{02} - p_{01}$ на всем диапазоне вероятностей «смешанности» потока от $P = 0,1$ до $P = 1$. По результатам вычислительных экспериментов установлено, что положительные значения $p_{02} - p_{01}$ наиболее ярко появляются при $P \geq 0,5$, то есть когда вероятность поступления в систему одиночной заявки равна или превышает вероятность поступления парной заявки.

В Таблице 6 представлены результаты вычислительных экспериментов при смешанном потоке, характеризующемся равной вероятностью поступления одиночных и парных заявок $P = 0,5$.

Материалы таблицы демонстрируют, что при $P = 0,5$ система с каналами различной производительности в целом проявляет себя хуже классической СМО, однако при небольшой диспропорции в интенсивностях обслуживающих устройств имеются некоторые области, в которых система с неэквивалентными каналами может быть эффективнее системы с одинаковыми приборами.

Таблица 6 – Разница в показателях p_0 при смешанном потоке ($P = 0,5$)

λ	$p_{02} - p_{01}$							
	СМО-1	СМО-2	СМО-3	СМО-4	СМО-5	СМО-6	СМО-7	СМО-8
1	0,005	0,004	-0,002	-0,011	-0,026	-0,05	-0,095	-0,169
3	0,005	0,002	-0,002	-0,015	-0,038	-0,071	-0,125	-0,205
5	0,006	0,008	-0,002	-0,016	-0,037	-0,071	-0,116	-0,179
7	0,007	0,007	0	-0,016	-0,035	-0,062	-0,1	-0,148
9	0,003	0,001	-0,004	-0,018	-0,034	-0,059	-0,087	-0,126
11	0,009	0,003	-0,004	-0,015	-0,027	-0,047	-0,073	-0,11
13	0	0,001	-0,002	-0,013	-0,026	-0,04	-0,063	-0,087
15	0	0,003	-0,002	-0,011	-0,019	-0,035	-0,054	-0,077

Увеличение диспропорции в интенсивностях обслуживающих устройствах приводит к ухудшению показателей системы с неэквивалентными каналами.

В Таблице 7 представлена разница в показателях эффективности $p_{02} - p_{01}$ при смешанном потоке $P = 0,7$.

Таблица 7 – Разница в показателях p_0 при смешанном потоке ($P = 0,7$)

λ	$p_{02} - p_{01}$							
	СМО-1	СМО-2	СМО-3	СМО-4	СМО-5	СМО-6	СМО-7	СМО-8
1	0,009	0,012	0,013	0,007	-0,001	-0,018	-0,047	-0,103
3	0,01	0,016	0,013	0,004	-0,012	-0,045	-0,091	-0,165
5	0,012	0,01	0,006	-0,002	-0,019	-0,051	-0,087	-0,149
7	0,007	0,007	0,001	-0,01	-0,025	-0,048	-0,084	-0,139
9	0,007	0,005	0,001	-0,012	-0,023	-0,045	-0,074	-0,116
11	-0,002	-0,002	-0,006	-0,011	-0,027	-0,045	-0,068	-0,098
13	0	0,001	-0,002	-0,012	-0,019	-0,034	-0,058	-0,082
15	0,003	0,001	-0,001	-0,012	-0,016	-0,032	-0,05	-0,071

По результатам анализа материалов таблицы видно, что при $P = 0,7$ области эффективности системы с неэквивалентными каналами более выражены. Отмечено, что несмотря на кажущуюся незначительность разницы подобного порядка, для систем, к примеру, обрабатывающих большие данные, она может оказать существенное влияние.

В Таблице 8 представлена разница в показателях эффективности $p_{02} - p_{01}$ при смешанном потоке $P = 0,9$.

Таблица 8 – Разница в показателях p_0 при смешанном потоке ($P = 0,9$)

λ	$p_{02} - p_{01}$							
	СМО-1	СМО-2	СМО-3	СМО-4	СМО-5	СМО-6	СМО-7	СМО-8
1	0,007	0,015	0,02	0,02	0,019	0,012	-0,004	-0,04
3	0,003	0,01	0,013	0,01	-0,002	-0,019	-0,054	-0,115
5	0,008	0,011	0,013	0,009	-0,006	-0,032	-0,074	-0,135
7	0,005	0,009	0,012	-0,002	-0,017	-0,039	-0,069	-0,116
9	0,007	0,004	-0,002	-0,003	-0,018	-0,033	-0,063	-0,105
11	-0,002	-0,004	-0,004	-0,009	-0,021	-0,034	-0,056	-0,088
13	0,004	0,004	0,002	-0,004	-0,013	-0,027	-0,046	-0,07
15	0,001	0,002	-0,002	-0,006	-0,012	-0,027	-0,043	-0,065

Значительную часть входного потока в данном случае составляют одиночные заявки. Видно, что при $P = 0,9$ области эффективности систем с каналами различной производительности являются значительно более выраженными, чем в ранее рассмотренных примерах. Так, при $\lambda = 1$ разница в показателях $p_{02} - p_{01}$ достигает 0,02 (См. столбец «СМО-3» и «СМО-4»).

В условиях смешанного потока системы с неэквивалентными каналами могут быть эффективнее классических СМО также по показателю $p_{отк}$. Для параметров систем, представленных в Таблице 4, разница в значениях $p_{отк1} - p_{отк2}$ была не столь существенна, как в ранее рассмотренных примерах по показателю p_0 , и в некоторых моделях достигала 0,012.

Это позволяет сделать вывод о существовании областей параметров, при которых системы с неэквивалентными каналами могут быть существенно эффективнее систем с приборами одинаковой интенсивности в условиях смешанного потока. Данные области эффективности преимущественно проявляются при смешанном потоке, характеризующемся более высокой вероятностью поступления одиночных заявок, чем групповых. По аналогии с системами, функционирующими в условиях пуассоновских потоков, области эффективности систем с каналами различной производительности при смешанных потоках связаны с незначительной нагрузкой на систему и небольшой диспропорцией в интенсивностях каналов.

В п. 3.3 исследовано влияние разделения системы массового обслуживания с каналами различной производительности на независимые приборы. Установлено, что при управлении потоками разделение многоканальной СМО на несколько независимых приборов ухудшает ее эксплуатационные показатели. Т. е. каналы, объединенные в систему, работают эффективнее, чем по отдельности.

Рассматривается система массового обслуживания вида $M/M/n$, на вход которой поступает пуассоновский поток заявок интенсивности λ . Система состоит из n неэквивалентных каналов, причем $0 < \mu_1 < \mu_2 \dots < \mu_n$. Данная система разделяется на n независимых одноканальных систем, на вход каждой из которых поступает пуассоновский поток интенсивностью $\frac{\lambda}{n}$. Суммарная интенсивность многоканальной системы и независимых приборов, соответственно, равны. В качестве показателя эффективности рассматривается абсолютная пропускная способность A .

На Рисунке 5 представлены графы состояний 2-х канальной СМО и 2 независимых одноканальных систем.

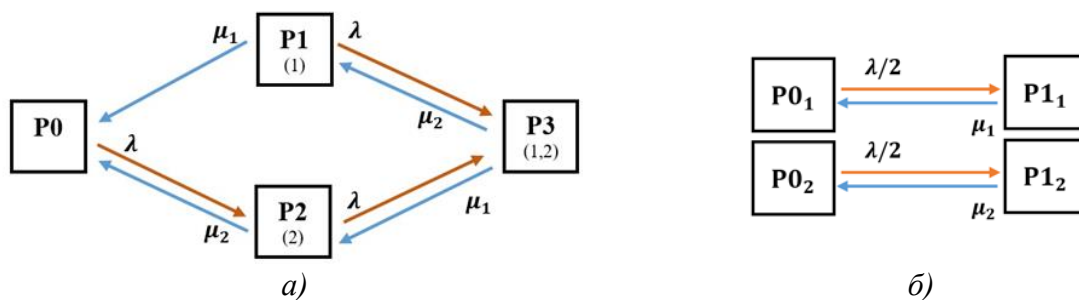


Рисунок 5 – Графы состояний 2-х канальной СМО (а) и 2-х независимых одноканальных СМО (б)

На Рисунке 6 продемонстрирована разница в величинах абсолютной пропускной способности в 2-х канальных СМО и суммарной абсолютной пропускной способности в 2 независимых одноканальных СМО при интенсивности входного потока $\lambda = 10$ и следующих параметрах систем:

СМО-1 ($\mu_1 = 8; \mu_2 = 12$)	СМО-4 ($\mu_1 = 4; \mu_2 = 6$)	СМО-7 ($\mu_1 = 2,5; \mu_2 = 3,5$)
СМО-2 ($\mu_1 = 6; \mu_2 = 14$)	СМО-5 ($\mu_1 = 3; \mu_2 = 7$)	СМО-8 ($\mu_1 = 2; \mu_2 = 4$)
СМО-3 ($\mu_1 = 4; \mu_2 = 16$)	СМО-6 ($\mu_1 = 2; \mu_2 = 8$)	СМО-9 ($\mu_1 = 1,5; \mu_2 = 4,5$)

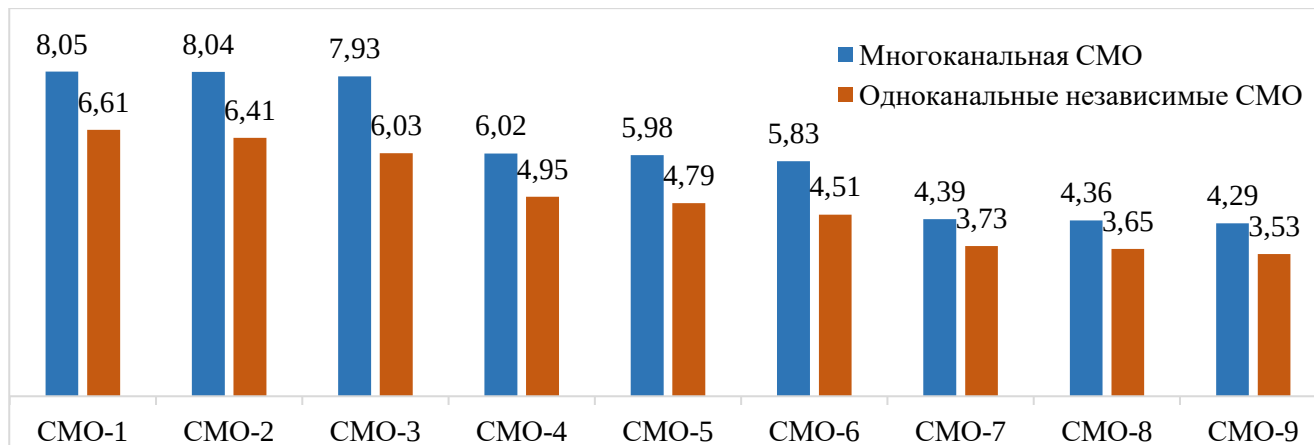


Рисунок 6 – Абсолютная пропускная способность 2-х канальной СМО и суммарная пропускная способность 2 независимых одноканальных СМО

По результатам анализа материалов сформулирован вывод о том, что разделение каналов различной производительности ухудшает показатели эффективности системы. Иными словами, в условиях эффективного управления потоком заявок система с каналами различной производительности работает лучше, чем ее каналы по отдельности. Такие результаты объясняются тем, что в многоканальной системе имеется возможность задействования свободного прибора, в то время как при разделении системы на две независимые одноканальные СМО значительно увеличивается вероятность отказа в обслуживании.

Также в разделе представлены результаты вычислительных экспериментов для 3-х и 4-х канальных СМО, демонстрирующие ухудшение эксплуатационных показателей системы при ее разделении на независимые приборы.

В заключении представлены основные результаты, полученные в диссертационной работе, приводятся рекомендации по их применению и перспективы дальнейшей разработки темы.

В приложении А приводится классификация систем массового обслуживания с каналами различной производительности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе представлены результаты комплексного исследования моделей систем массового обслуживания с каналами различной производительности, а также их структурно-функциональных особенностей.

Основные результаты исследования заключаются в следующем:

1. Разработаны математические модели СМО с каналами различной производительности, представлены графы состояний систем такого типа. Разработаны имитационные модели систем с каналами различной производительности и комплекс программ для их реализации. Для оценки адекватности моделей проведен сравнительный анализ стационарных вероятностей состояний, полученных при использовании имитационных моделей и при аналитических расчетах с помощью систем уравнений Колмогорова.

2. Проведено исследование показателей эффективности СМО с каналами различной производительности при их функционировании в условиях различных схем управления потоками. По критериям общей напряженности работы и доле обслуженных заявок для систем без функции накопления очереди экспериментально доказана эффективность использования схемы управления потоками, при которой поступающие в систему заявки направляются на свободные каналы наибольшей производительности.

3. Установлено, что при пуассоновских потоках СМО с каналами различной производительности при определенных условиях могут быть эффективнее классических систем с каналами одинаковой производительности (в условиях управления потоками). Получен ряд результатов, демонстрирующих зависимость показателей эффективности СМО с каналами различной производительности от соотношения интенсивностей приборов и величины нагрузки на систему.

4. Показано, что при групповых потоках СМО с каналами различной производительности являются менее эффективными, чем классические системы с приборами одинаковой производительности. Также установлено, что при смешанных потоках СМО с неэквивалентными каналами при определенных условиях могут быть эффективнее классических систем (в условиях управления потоками). Получен ряд результатов, демонстрирующих, что области эффективности систем с каналами различной производительности преимущественно проявляются при смешанном потоке, характеризующемся более высокой вероятностью поступления одиночных заявок, чем групповых.

5. Установлено, что в условиях управления потоками разделение системы массового обслуживания с каналами различной производительности на несколько независимых приборов ухудшает ее показатели эффективности. Продemonstrировано, что данный эффект возрастает при увеличении нагрузки на систему.

Таким образом, цель диссертационной работы – «Разработка и исследование моделей систем массового обслуживания с каналами различной производительности, изучение их структурно-функциональных особенностей» – достигнута.

Прикладная значимость основных положений настоящей диссертационной работы заключается в том, что они применимы для решения ряда задач в телекоммуникационных, вычислительных, производственных, логистических, транспортных и других системах, работающих по принципу СМО, в составе которых имеются приборы, чьи функциональные характеристики нельзя считать одинаковыми.

В частности, результаты исследования, связанные с эффективным распределением заявок между каналами обслуживания, а также областями изменения па-

раметров, при которых системы с неэквивалентными приборами оказываются эффективнее классических систем с каналами одинаковой производительности, могут позволить реализовать более эффективные алгоритмы функционирования сервисов доставок, агрегаторов такси, транспортных компаний и других систем со схожими процессами. Результаты исследования, связанные с анализом показателей эффективности многоканальной системы при ее разделении на несколько независимых приборов, могут быть полезны при проектировании или управлении системами, связанными со специализацией обрабатывающих устройств.

Рекомендуется при проектировании (в т. ч. предпроектных работах) систем, которые могут быть описаны математическими моделями в терминах теории массового обслуживания, учитывать выводы, представленные в настоящей работе.

Перспективы дальнейшей разработки темы должны охватывать построение аналитических выражений или решающих правил, описывающих области эффективности систем массового обслуживания с каналами различной производительности, исследование различных модификаций систем такого типа, а также и их эксплуатационных характеристик при большом количестве приборов.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в журналах, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

1. **Самерханов, И. З.** Система массового обслуживания с каналами различной производительности, функционирующая в условиях смешанных потоков / И. З. Самерханов, Е. А. Печеный, Н. К. Нуриев // Современные наукоемкие технологии. – 2024. – № 3. – С. 87–92. – 0,52 п.л./0,42 п.л.

2. **Самерханов, И. З.** О разделении N-канальной СМО с каналами различной производительности на N независимых одноканальных систем / И. З. Самерханов, Е. А. Печеный, Н. К. Нуриев // Научно-технический вестник Поволжья. – 2023. – № 9. – С. 43–49. – 0,44 п.л./0,38 п.л.

3. **Самерханов, И. З.** О применимости имитационного моделирования для расчета показателей систем массового обслуживания с неэквивалентными каналами / И. З. Самерханов // Вестник Технологического университета. – 2022. – Т. 25, № 6. – С. 101–104. – 0,37 п.л.

4. **Самерханов, И. З.** Об областях эффективности систем массового обслуживания с неэквивалентными каналами / И. З. Самерханов // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 5–1. – С. 70–76. – 0,44 п.л.

5. **Самерханов, И. З.** Модель управления системой массового обслуживания с неэквивалентными каналами / Е. А. Печеный, И. З. Самерханов, Н. К. Нуриев // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 4. – С. 83–88. – 0,43 п.л./0,20 п.л.

6. **Самерханов, И. З.** Об эффективности систем массового обслуживания с неэквивалентными каналами / И. З. Самерханов // Научный альманах Центрального Черноземья. – 2022. – № 3–11. – С. 79–84. – 0,18 п.л.

7. **Самерханов, И. З.** О некоторых показателях эффективности систем массового обслуживания с каналами различной производительности / И. З. Самерханов // Сборник статей XIII Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы научных исследований». – Саратов: НОП «Цифровая наука». – 2023. – С.67–76. – 0,42 п.л.

8. **Самерханов, И. З.** Модели систем массового обслуживания с каналами различной производительности на современном этапе / И. З. Самерханов // Сборник материалов XII Международной научно-практической конференции «Современные стратегии и цифровые трансформации устойчивого развития общества, образования и науки». – Москва: Общество с ограниченной ответственностью «Издательство АЛЕФ», 2023. – С. 88–96. – 0,44 п.л.

9. **Самерханов, И. З.** О влиянии разделения каналов различной производительности на показатели эффективности системы массового обслуживания / И. З. Самерханов // Сборник трудов одиннадцатой всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2023). – Казань: Издательство АН РТ, 2023. – С. 698–703. – 0,32 п.л.